

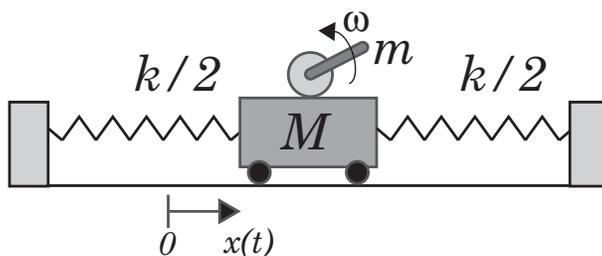
## A. Resumen y objetivos

En esta sesión se estudiará la dinámica de un oscilador forzado. Se analizará el movimiento de un sistema mecánico compuesto por un carro que se desplaza sobre un riel, con un poco de roce, sujeto además por dos resortes, uno por cada extremo. Con esta práctica se espera que el estudiante:

- Reconzca que este sistema se describe por la ecuación de un oscilador amortiguado forzado
- Sepa determinar cuál es la frecuencia natural de oscilación del sistema.
- Use el método de Verlet para encontrar una solución numérica de la ecuación de Newton correspondiente.
- Realice una serie de medidas de la amplitud de movimiento del carro y de la frecuencia de forzaje, obteniendo así una curva de resonancia del sistema mecánico bajo estudio.

## B. Materiales

- Un riel, un carro, dos resortes, un motor y una barra en forma de "L".
- Fuente de poder y cables.
- Cronómetro y una regla.
- Matlab.



### **C. Cuidados experimentales**

En esta sesión se utilizará una fuente de poder para alimentar de corriente a un motor, el cual opera a un voltaje máximo de 12 V. Se deberá manejar con cuidado la fuente, por seguridad se fijará un voltaje máximo de operación de 10 V. Además, al encender la fuente se recomienda fijar el voltaje en 0 para evitar movimientos bruscos del motor.

La barra en forma de "L" rotará en torno al eje del motor, a una frecuencia máxima de rotación de aproximadamente 2 vueltas por segundo (2 Hz). Esta barra es la que actúa como elemento de forzaje para el carro, de manera análoga al modelo simple expuesto en la guía teórica. Esta barra se encuentra firmemente acoplado al eje de rotación del motor, pero de todos modos se exige prudencia en su utilización.

### **D. Protocolo**

A diferencia de otras sesiones prácticas, existe un sólo modelo de este experimento por mesa de trabajo, por lo que un sistema de turnos deberá ser adoptado. La experiencia 1 se realizará una sola vez por mesa, los tres grupos al mismo tiempo. Es una experiencia corta pero necesaria para el buen desarrollo del resto de la sesión. Las experiencias 2 y 3 se pueden realizar en cualquier orden entre ellas, pero después de la experiencia 1. Es aquí donde deberán implementar un sistema de turnos y de rotación.

### **E. Datos**

Los datos conocidos del dispositivo experimental son los siguientes:

- Masa del carro = 500 g
- Masa del motor más pernos más acrílico = 213 g
- Masa de la barra en forma de "L" = 65 g

## F. Experiencias

### Experiencia 1.- Medición de la frecuencia natural de vibración $\omega_o$ .

Esta experiencia deberá ser realizada al comienzo de la sesión práctica y una sola vez por mesa de trabajo, es decir los tres grupos al mismo tiempo.

Para ello imponga una condición inicial al carro y mida la frecuencia de oscilación (en unidades de rad/s). Se recomienda una velocidad inicial nula pero una posición inicial entre 5 y 10 cm con respecto a su posición de equilibrio. En realidad, tratándose de un oscilador amortiguado, lo que se mide es la frecuencia  $\Omega = \sqrt{\omega_o^2 - (1/2\tau)^2}$ , siendo  $\omega_o$  la frecuencia natural de oscilación. Por ahora supondremos que la disipación es pequeña por lo que  $\Omega \approx \omega_o$ . Esta suposición será validada después (parte E3d).

Para medir la frecuencia de oscilación utilice el cronómetro para medir el tiempo que toma en realizar 20 oscilaciones. Se deben realizar al menos 10 medidas.

Se pide que haga lo siguiente:

**E1a** *Reporte el valor medio y la desviación estandar de  $\omega_o$*

**E1b** *Conocido el valor medio de  $\omega_o$ , determine el valor medio de la constante elástica  $k$ , suponiendo que los resortes son iguales.*

### Experiencia 2.- Medición de la curva de resonancia

En esta parte deberán obtener una serie de medidas experimentales de la amplitud de vibración (parte estacionaria) en función de la frecuencia angular impuesta al sistema; se trata de comparar  $B(\omega)$  medido con el predicho numéricamente (experiencia 3) para los diversos valores del parámetro de atenuación  $b$ .

En primer lugar se recomienda encontrar, en forma aproximada, el voltaje de la fuente de poder para el cual el sistema es resonante, es decir para el cual el carro se mueve con una máxima amplitud.

Realice entonces una serie de medidas para al menos 10 valores de  $\omega$  entorno a  $\omega_o$ . Se debe medir  $\omega$  para cada voltaje con el cronómetro y la amplitud  $B$  con la regla que se encuentra pegada al riel. Recuerde esperar que se amortigue el estado transiente del sistema pues se quiere obtener la amplitud de oscilación  $B(\omega)$  en el estado estacionario.

Se pide que haga lo siguiente:

**E2a** *Entregue los resultados de medidas de  $B(\omega)$  en una tabla y en un gráfico. Adjuntelos en hojas apartes.*

**E2b** *Cuando termine la experiencia 3, compare sus resultados experimentales con lo obtenido numéricamente. Cuál es el valor de  $b$  utilizado que representa mejor al sistema?*

### Experiencia 3.- Solución numérica.

En la sección Material Docente de U-Cursos se encuentran disponibles dos funciones Matlab (archivo OscForzado.m y VerletOscForzado.m) que le permitirán encontrar una solución numérica a la ecuación de un oscilador amortiguado y forzado sinusoidalmente, en particular una solución a la ecuación (15) de la guía teórica obtenida para un modelo más realista de forzaje. Utilice la función OscForzado.m la cual preguntará en forma interactiva por los parámetros del problema y llamará a VerletOscForzado.m para resolver numéricamente la ecuación bajo estudio.

Encontrará además otra función Matlab (archivo AmplitudForzamiento.m) que le permitirá evaluar la expresión analítica (16) de la guía teórica para la amplitud  $B(\omega)$  de la parte estacionaria de la solución.

Recuerde que para que Matlab ejecute estos programas usted debe elegir como carpeta de trabajo el directorio donde se encuentran guardadas. Antes de usarlos, determine cual es la masa  $M$  y la masa  $m$  en este esquema. Se recomienda usar  $y_o = 5,8$  cm. La cte  $k$  ya fue determinada en E1b.

Se pide que haga lo siguiente:

**E3a** Usando  $b = 0,15$  obtenga soluciones  $x(t)$  para condiciones iniciales realistas para tres valores diferentes de  $\omega$  ( $\omega < \omega_o$ ,  $\omega \approx \omega_o$  y  $\omega > \omega_o$ ). A partir de estas soluciones obtenga una medición de la amplitud de la parte estacionaria de la solución para cada  $\omega$ .

**E3b** Usando  $b = 0,1$ ,  $b = 0,15$  y  $b = 0,2$  obtenga las curvas  $B(\omega)$  para un rango de  $\omega$  que incluya  $\omega_o$ . Para ello puede definir en Matlab el vector  $\omega$  como:

```
>> w = 0.5*omega_o:0.01:1.5*omega_o;
```

donde  $\omega_o$  es el valor numerico de  $\omega_o$ . Evalúe luego la función

```
>> [B,delta] = AmplitudForzamiento(m,M,b,k,Yo,w);
```

con los valores numéricos para los parámetros  $m$ ,  $M$ ,  $b$ ,  $k$ ,  $y_o$  y el vector de  $\omega$ . También puede evaluar directamente para valores individuales de  $\omega$  en vez que para un vector.

**E3c** Cómo se comparan los valores de  $B(\omega)$  obtenidos con el algoritmo de Verlet (a partir de  $x(t)$ ) con aquellos obtenidos de la fórmula analítica de  $B(\omega)$ ? Se recomienda hacer una tabla de comparación. Adjunte esta tabla en una hoja aparte.

**E3d** Cómo es la disipación en este sistema? En particular, cómo se compara el valor de  $\omega$  para el cual  $B(\omega)$  es máximo con  $\omega_o$  medido? Use los resultados de  $B(\omega)$  obtenidos en E3b.

## **G. Informe**

- En la sección "Descripción" indique la ecuación bajo estudio y con qué parámetros realizó las experiencias.
- En la sección "Resultados" responda a lo pedido en E1a, E1b, etc...
- En la sección "Conclusiones" presente de manera concisa las conclusiones *objetivas* de la sesión en general, no debe resumir otra vez todos los resultados, si no aquellos más importantes.

## **H. Lecturas recomendadas**

- Material teórico sobre Osciladores Forzados.