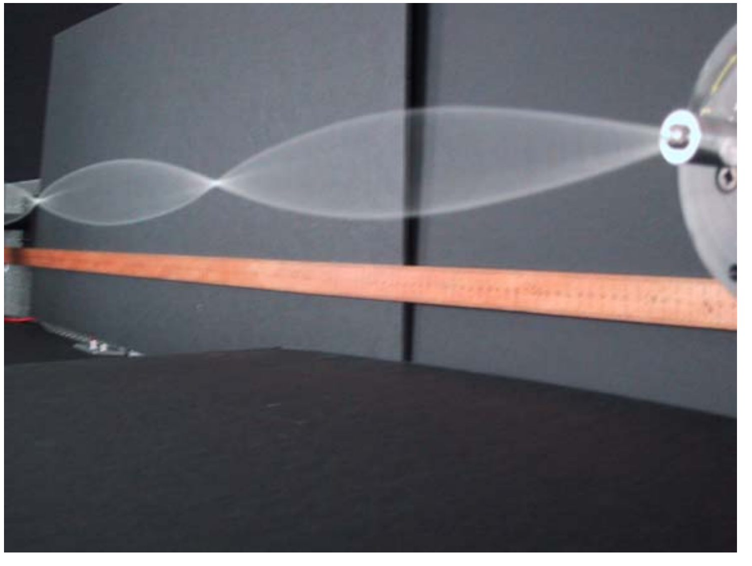
FIA2. Semestre 2007-2

Unidad 6B – Ondas Estacionarias y Modos Normales

Material teórico y Guía de la Experiencia



René Garreaud
DGF-FCFM-UChile

FIA2. Semestre 2007-2

Unidad 6B. Ondas Estacionarias y Modos Normales

Ondas y Pulsos

Perturbación de un sistema flexible… transmiten energía pero no masa

Ejemplos: **ondas en una cuerda**, ondas de torsión, sonido, luz….
en todos estos casos la perturbación $y(x,t)$ (1D aquí) satisface la ecuación de ondas

$$\partial^2 y / \partial x^2 = (1/c^2)\cdot\partial^2 y / \partial t^2$$

cuya solución general es: $y = \underbrace{f(x-c\cdot t)}_{\text{Onda viajera a la derecha}} + \underbrace{g(x+c\cdot t)}_{\text{Onda viajera a la izquierda}}$

c = velocidad de fase, solo depende de las caractéristicas del medio ($\sqrt{T/\rho}$, $\sqrt{T/I}$, etc..).

Solución particular, simple pero relevante

$$y(x,t) = A\cdot \mathrm{sen}(2\cdot \pi \cdot(x/\lambda - t/T))$$

FIA2. Semestre 2007-2

Unidad 6B. Ondas Estacionarias y Modos Normales

Ondas en una cuerda finita

Hasta ahora hemos considerado que la cuerda tiene un largo infinito: $-\infty \leq x \leq +\infty$.
Veamos ahora que pasa cuando la cuerda es finita tal que $-\infty \leq x \leq 0$.
La condición de borde en $x = 0$ puede ser de dos tipos:

* Extremo fijo (o empotrado): $y(0,\mathrm{t}) = 0 \;\; \forall t \;\; \rightarrow y(x,t) = f(x - c\cdot t) - f(x + c\cdot t) \quad \text{para } \forall t \text{ y } \forall x$

* Extremo móvil: $\partial y(0,t)/\partial t = 0 \;\; \forall t \rightarrow y(x,t) = f(x - c\cdot t) + f(x + c\cdot t) \quad \text{para } \forall t \text{ y } \forall x$

FIA2. Semestre 2007-2

Unidad 6B. Ondas Estacionarias y Modos Normales

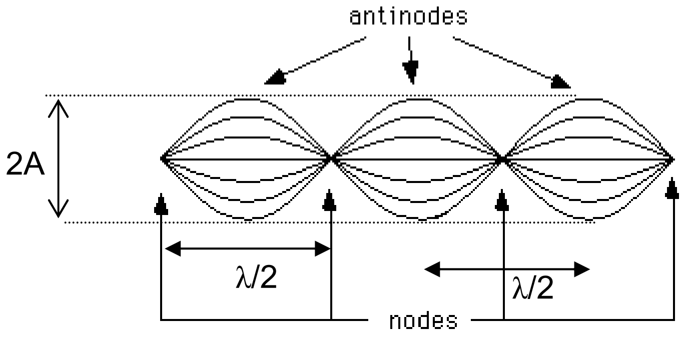
http://www.phys.unsw.edu.au/jw/strings.html
http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=19.0

Ondas armonicas en una cuerda finita = ondas estacionarias

Supongamos que se generan ondas armónicas en una cuerda finita empotrada en uno de sus extremos: $y(x,t) = A\cdot\text{sen}(k\cdot x-\omega\cdot t) - A\cdot\text{sen}(k\cdot x+\omega\cdot t)$. Aplicando los teoremas de trigonometría es fácil demostrar que:

$$y(x,t) = 2\cdot A\cdot\text{sen}(\omega\cdot t)\cdot\text{sen}(k\cdot x)$$

Es una onda estacionaria! (no aparece $x\text{-}c\cdot t$). k y ω aun satisfacen $\omega/k = c$.



FIA2. Semestre 2007-2

Unidad 6B. Ondas Estacionarias y Modos Normales

Modos normales en una cuerda finita

i. Ambos extremos fijos

$0 \leq x \leq L$: Ya no es posible tener valores arbitrarios de k (u ω) pues los extremos de la cuerda deben ser nodos: $y(x=0,t) = y(x=L,t) = 0 \ \forall t$:

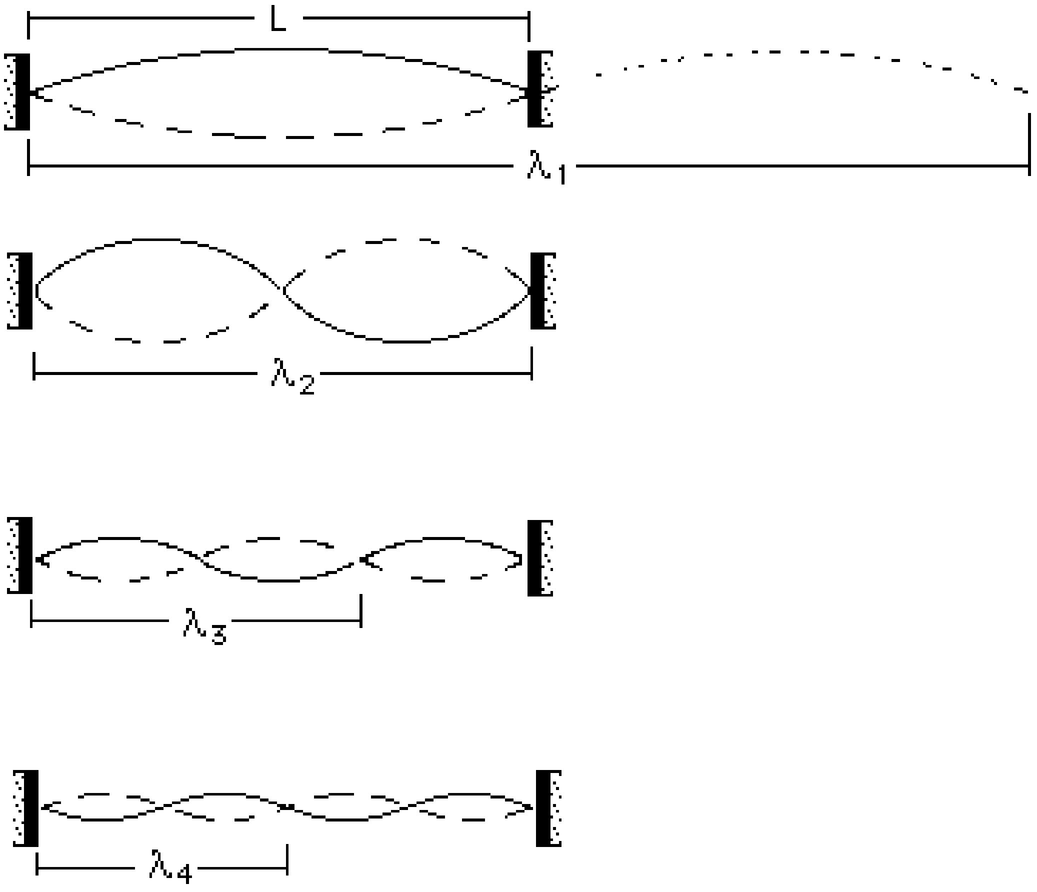
$$\mathrm{sen}(k \cdot L) = 0 \rightarrow k \cdot L = n \cdot \pi \rightarrow k = n \cdot \pi / L \rightarrow \lambda_n = 2 \cdot L/n \quad \text{con } n = \{1, 2, 3, ...\}$$

Además, como $c = \lambda/T = \lambda \cdot f \qquad \rightarrow f_n = n \cdot c/(2 \cdot L)$

Los pares $[\lambda_n , f_n]$ definen los modos normales de la cuerda. A medida que n aumenta, disminuye el largo de la onda y aumenta su frecuencia

FIA2. Semestre 2007-2

Unidad 6B. Ondas Estacionarias y Modos Normales



FIA2. Semestre 2007-2

Unidad 6B. Ondas Estacionarias y Modos Normales

A. Objetivos

- Que los estudiantes visualicen ondas viajeras y estacionarias en una cuerda tensa.
- Que los estudiantes verifiquen las ecuaciones cinématicas de las onda viajeras y estacionarias

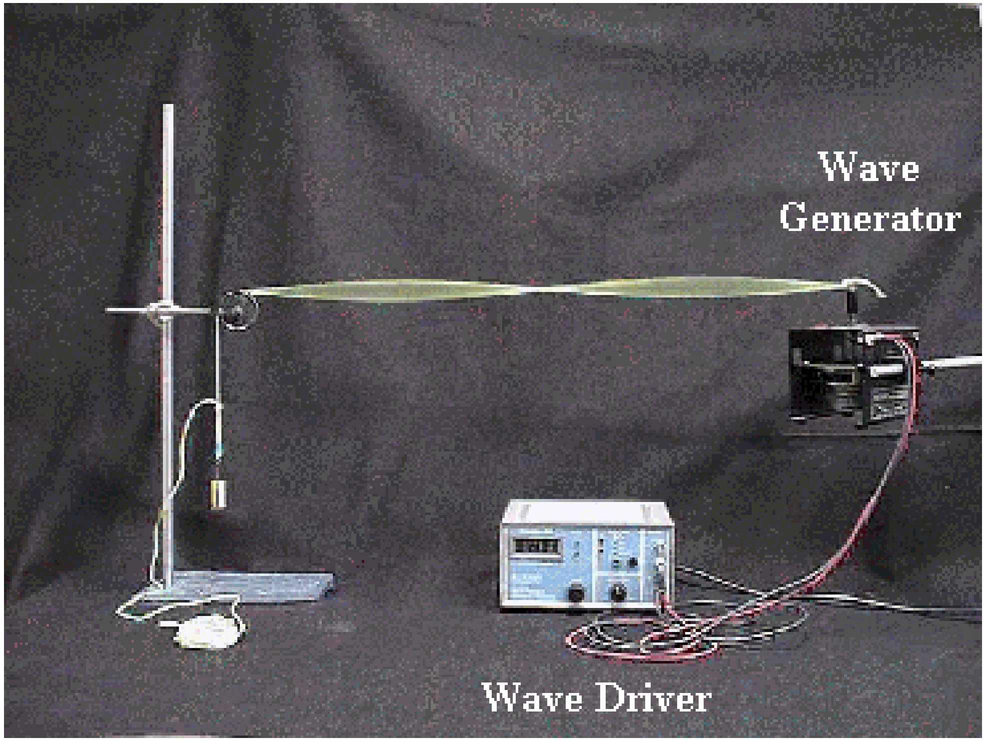
B. Materiales

- Video con onda viajera en un arreglo de varillas (clase anterior)
- Generador de señales (frecuencia)
- Cuerda
- Masas para tensar la cuerda
- Balanza digital

E. Experimento e Informe

E1. En el video `video2.mov` se muestra una onda propagandose a trevés del arreglo de varillas. Supongamos que se trata de ondas armonicas. Utlice ImageJ para determinar la longitud de ondas en el sector de varillas cortas y largas. En base a esos dos valores de λ determine la razón entre los momentos de inercia de las varillas largas y cortas. En su informe escriba los valores "medidos" y la relación de momentos de inercia. Compare con el valor "teorico" obtenido $c = (T\Delta^2/I)^{0.5}$

E2. Ahora su grupo debe generar modos normales n = {1, 2, 3,…} empleando un sistema como el que se muestra aquí. Un generador genera pulsos en una cuerda tensa con frecuencias entre 1 y 100 Hz.…



FIA2. Semestre 2007-2

Unidad 6B. Ondas Estacionarias y Modos Normales

E2. El profesor indicará a cada grupo la masa y largo de la cuerda para su experimento. Varie lentamente la frecuencia del generador de pulsos hasta obtener el 1er, 2do y 3er modo normal. Para cada modo norma, anote la longitud de onda y la frecuencia a la cual se forma.

E3. Calcule en forma teórica la frecuencia a la cual se forman los modos normales que encontró de manera experimental (para eso necesita conocer la velocidad de fase, dependiente de la tensión y densidad lineal de masa de la cuerda). Compare los valores medidos y calculados de f, y comente sobre su similitud o diferencia.