

### Resumen y objetivos:

En esta sesión se estudiará la dinámica de un objeto voluminoso liviano en un medio fluido (aire). En particular se analizará el amortiguamiento del movimiento de un globo cuando este configura un péndulo y cuando se deja caer verticalmente. Con esto se busca que el estudiante:

- Caracterice el movimiento oscilatorio de un péndulo en un medio gaseoso (aire).
- Identifique las causas cualitativas de la atenuación (amortiguación) del movimiento y ser capaz de cuantificarlas.
- Reconozca que la fuerza de roce en medios fluidos dependen de la velocidad.
- Reconozca el significado de la *velocidad terminal* y las infiera de un gráfico posición vs tiempo.
- Reconozca la diferencia entre fuerzas viscosas y de arrastre.

### Materiales:

- Un globo e hilo (1 m).
- Soporte universal.
- Webcam, software de filmación y procesamiento de imágenes (**ImageJ**).

### Conocimientos indispensables:

- Webcam: filmación y generación de 'movie' en formato *avi*.
- ImageJ: procesamiento de imágenes (medición de ángulos y distancias).
- Matlab: definición y manejo de arreglos:  $t=[0. \quad 1. \quad 1.3]$ ;  $y=[3.3 \quad 2. \quad 0.4]$
- Matlab: manejo de instrucciones `plot` (varias curvas en un gráfico, con diferentes texturas y colores), `for` (para su uso en iteraciones).
- Matlab: resolución numérica de  $dv/dt = f(t)$ , para  $f(t)$  conocida y  $v(0) = 0$ .
- Lectura acuciosa del material teórico.

### Experiencia 1: oscilaciones de un globo

Disponga el soporte universal en el piso, adaptando una barra horizontal ( $\sim 30$  cm) en su parte superior, de cuyo extremo cuelga un globo inflado. El hilo debe tener una extensión de unos 50-70 cm. El diámetro del globo debe ser de unos 20 cm.

Soltando el globo a un ángulo de unos  $45^\circ$  con respecto a la vertical, filme el movimiento del cordel a fin de obtener medidas del ángulo  $\{\phi_i : i = 1, N\}$ , con respecto al tiempo  $\{t_i : i = 1, N\}$ . La filmación debe durar lo suficiente como para que las oscilaciones dejen de apreciarse (no más de 10 segundos).

Tabule las mediciones en su cuaderno de apuntes. Ingrese los datos como arreglos en un programa MatLab (File > New > M-File) y construya un gráfico  $(x, y) \rightarrow (t, \phi)$ .

Inserte en su programa la función  $\theta(t)$  dada por

$$\theta = A \exp(-t/(2\tau)) \cos(\omega(t - t_o)).$$

Evalúela para  $\{t_i : i = 1, N\}$  y gráfíquela en el mismo gráfico de los datos. Aquí  $\omega = 2\pi/T$ . Por tanteo, busque los valores  $(A, \tau, T, t_o)$  que mejor reproduzcan el comportamiento de los datos.

Para encontrar estas constantes se sugiere partir con un  $\tau$  grande ( $\tau \sim 50$  s), de modo de trabajar con una oscilación casi sin amortiguación. De esta forma focalícese en obtener coincidencia de los nodos de  $\theta(t)$  y las mediciones  $\phi(t)$  mediante ajustes por tanteo de  $T$  y  $t_o$ . Una vez logrado un ajuste aceptable proceda a ajustar  $\tau$  y  $A$  en el rango temporal de pequeñas oscilaciones ( $|\phi| \lesssim 1/3$ )

Una vez obtenidas las constantes  $(A, \tau, T, t_o)$ , verifique la consistencia entre ellas utilizando la relación

$$\Omega^2 = \omega_o^2 - \frac{1}{4\tau^2},$$

discutida en el *Material Teórico* de esta unidad. Comente críticamente sus resultados.

*En lógica booleana reconocemos la equivalencia*

$$p \Rightarrow q \iff \sim q \Rightarrow \sim p.$$

*En el contexto de investigación ello se puede expresar*

*'Supuestos correctos'  $\Rightarrow$  'Conclusiones coherentes'*

$$\iff$$

*'Conclusiones incoherentes'  $\Rightarrow$  'Supuestos incorrectos'.*

**Precauciones experimentales importantes:**

1. Desde comienzos de septiembre el aire de Santiago es seco, lo cual hace que el globo se cargue electrostáticamente con mucha facilidad. Por tal motivo se adhiere fácilmente a metales, ropa, papeles, manos y objetos del entorno. Cuide que el globo esté lejos de estos elementos mientras es estudiado. Si el globo está muy cargado pásele un paño húmedo.
2. Evite las corrientes de aire mientras hace las filmaciones. Para ello no transite rápidamente cerca del globo. Cierre puertas y ventanas si es necesario.
3. Enfoque la cámara hacia el soporte de donde cuelga el globo, cuidando que la extensión filmada del cordel sea lo suficientemente larga como para hacer óptimas mediciones de los ángulos. Si es necesario, use un fondo blanco para un buen contraste. El punto de apoyo debe ser identificable en la imagen. Cuide de no saturar de luz la cámara.

**Experiencia 2: caída vertical del globo**

En esta segunda parte se procederá a registrar la caída vertical del mismo globo utilizado en parte anterior. Para ello disponga el webcam rotada en  $90^\circ$  con respecto a su orientación normal. Ello a fin de registrar la caída del globo en la mayor extensión posible.

Deje caer el globo y registre su movimiento. Tabule las mediciones ( $y$  del globo en función del tiempo) en su cuaderno de apuntes. Ingrese los datos como arreglos en un programa MatLab. **Tome el eje  $y$  creciente hacia abajo, con su origen en la posición desde la cual se suelta el globo.**

Mediante el uso de Matlab construya un gráfico en el cual se representen

1. El desplazamiento del globo en función del tiempo, según los valores medidos.
2. El desplazamiento del globo en función del tiempo, a si este cayese libremente, sin roce ( $\sim gt^2/2$ ).
3. El desplazamiento del globo en función del tiempo, a si este cayese con roce viscoso. Para ello utilice la fórmula dada en el *Material Teórico*

$$y(t) = g\tau^2 \left( \frac{t}{\tau} + e^{-t/\tau} - 1 \right) .$$

En este caso utilice el valor de  $\tau$  obtenido en la primera parte.

A fin de incluir en este análisis el caso de una fuerza de roce proporcional a  $v^2$ , considere la siguiente expresión para la velocidad  $v_y(t)$  mostrada en el *Material Teórico*

$$v_y(t) = V_t \frac{1 - e^{-gt/V_t}}{1 + e^{-gt/V_t}} .$$

Aquí  $V_t$  corresponde a la *velocidad terminal*, el único valor ajustable en esta expresión. Con esta función y un  $V_t$  estimativo (que se obtiene del gráfico), calcule  $y(t)$  por recurrencia. Utilice la siguiente construcción en Matlab

```
%
% CAIDA CON ROCE -beta*v2 (INTEGRACION)
% t es un arreglo uniforme para el tiempo
g=9.8
dt=0.08
vt=2.4
v=(1-exp(-g*t/vt))./(1+exp(-g*t/vt));
yn(1)=0;
for i=2:length(t)
yn(i)=yn(i-1)+vinf*v(i)*dt
end
%
%
```

Encuentre un valor de  $V_t$  que mejor reproduzca el comportamiento observado de la caída vertical del globo. A partir de éste valor, infiera el valor del coeficiente de arrastre  $C_d$  de la fórmula de Rayleigh ( ver *Material Teórico*).

### El informe:

El informe reportado debe incluir

1. Dos gráficos, uno por cada práctica, en formato PDF. Cualquier otro formato será rechazado (-2 puntos).
2. Los valores obtenidos de  $A$ ,  $T$ ,  $\tau$  y  $t_o$  de la primera parte.

3. Reporte de la velocidad terminal del globo en su caída vertical.
4. Reportar el coeficiente de arrastre  $C_d$ .
5. Conclusiones (no opiniones) que se puedan inferir del estudio realizado.
6. Propuesta (viable) de como inferir experimentalmente la ley de fuerza de roce con el aire que sufre un globo al caer.

**PREGUNTA:**

¿Cuál sería el período de oscilación de un péndulo formado por el mismo globo de la primera parte, pero inflado con un diámetro de unos 15 cm? Verifique experimentalmente.