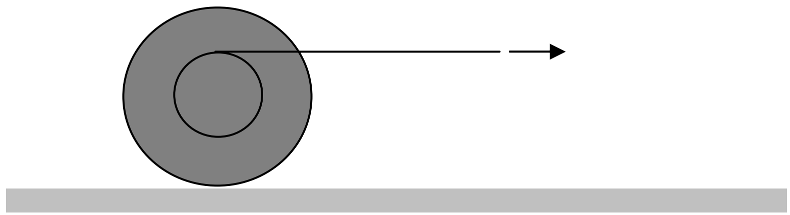
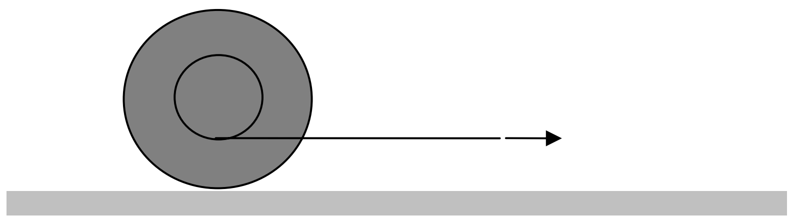
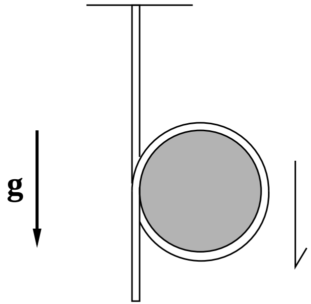
Un disco de radio R y masa M rueda sin resbalar sobre una superficie horizontal rugosa, tirada hacia la derecha por una cuerda ideal que se mantiene paralela al plano. La tensión de la cuerda es T (constante). La cuerda se va desenrollando sin resbalar de un carrete de radio r concéntrico al disco.

Determine la fuerza de roce (dirección, sentido, magnitud) en función del radio r (hacer una configuración en clase y dejar la otra propuesta)

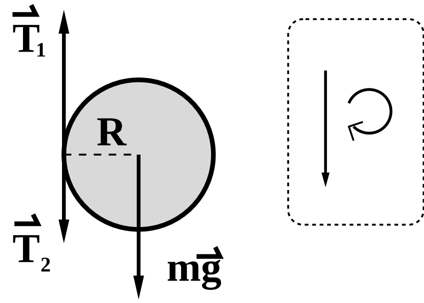




<u>PROBLEMA 2</u> Una lata de gaseosa de masa despreciable es envuelta a una espira sin nudo por un cordel de masa uniforme y de grosor ínfimo. Uno de los extremos del cordel se fija al techo y el otro cuelga libremente. Por efecto de la gravedad $\underline{g}$ la lata cae girando y envuelta por el cordel. Calcule la aceleración con que baja el centro de la lata.



PROBLEMA 2



• Definamos el sistema:"lata $\oplus$ pedazo de cuerda en contacto con la lata". Entonces el DCL es el que se muestra en la figura. las fuerzas sobre el sistema son el peso del conjunto ($m\vec{g}$), y las tensiones en cada corte de cuerda hecho para aislar el sistema ($\vec{T}_1$ hacia arriba y $\vec{T}_2$ hacia abajo).
• Movimiento del centro de masas y proyectando según eje en el recuadro:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = m\vec{a} \tag{1}$$
$$-T_1 + T_2 + mg = ma \tag{2}$$

• Movimiento de rotación en torno al centro de masas del sistema ('$\circ$') y proyectando según sentido positivo de rotación en el recuadro:

$$\vec{\tau}_\circ(\vec{T}_1) + \vec{\tau}_\circ(\vec{T}_2) + \vec{\tau}_\circ(m\vec{g}) = I_\circ\vec{\alpha} \tag{3}$$
$$RT_1 - RT_2 + 0 = I_\circ\alpha \tag{4}$$
$$T_1 - T_2 = \frac{I_\circ}{R}\alpha \tag{5}$$

• Combinando esta ecuación para $T_1 - T_2$ en la ecuación anterior:

$$-\frac{I_\circ}{R}\alpha = ma - mg$$

• El movimiento de la lata cumple la condición $\alpha R = a$. Sustituyendo:

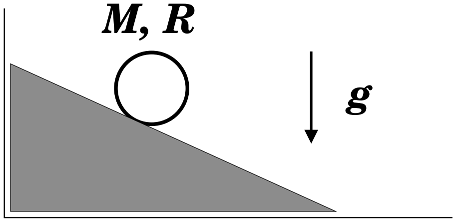
$$-\frac{I_\circ}{R^2}a = ma - mg \rightarrow a(1 + \frac{I_\circ}{mR^2}) = g$$

• Solo falta $I_\circ$ para una cuerda masiva de masa m (que enrolla la lata). Sabemos que ésta es mR^2, con lo cual $\frac{I_\circ}{mR^2} = 1$ y obtenemos:

$$\boxed{a = \frac{1}{2}g}$$

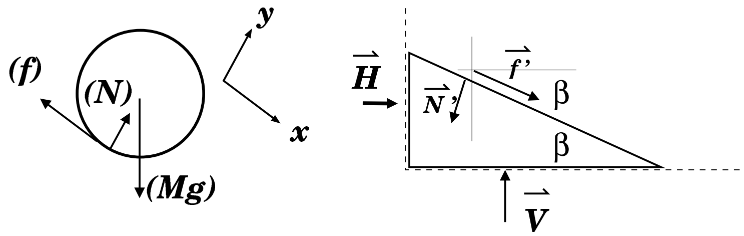
PUNTUACION: 1 Pto DCL correcto + 1 Pto momento de inercia de aro + 4 ptos planteamiento y solución correcta.

2) En presencia de la gravedad terrestre $\underline{g}$ una cuña recta arrimada a una pared vertical posa sobre un plano horizontal muy resbaloso. Sobre ésta, una rueda con forma de anillo de masa $\underline{M}$ y radio $\underline{R}$ rueda cuesta abajo sin resbalar. El ángulo de inclinación de la cuña con la horizontal es $\underline{\beta}$. Determine la fuerza de contacto que ejerce la pared sobre la cuña. Analice e interprete su resultado para el caso $\beta \to \pi/2$.



PROBLEMA 2

• Analizamos la rueda aplicando ecuación de torques (c/r al centro de masas) y ecuación de movimiento para el centro de masas. Sean $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ ejes según el plano de la cuña y perpendicular a éste. Las fuerzas a considerar son: el peso $\boldsymbol{M\vec{g}}$ y contacto –normal + roce– $\vec{\boldsymbol{N}} + \vec{\boldsymbol{f}}$. Puesto que no hay resbalamiento la aceleración lineal y angular de la rueda están relacionadas: $\boldsymbol{a = \alpha R}$.



Para la rotación:

$$
\begin{aligned}
\vec{\tau}_\circ &= I_\circ\vec{\alpha} && \rightarrow \\
\tau(M\vec{g}) + \tau(\vec{N}) + \tau(\vec{f}) &= I_\circ\alpha && \rightarrow \\
0 + 0 + fR &= I\alpha && \rightarrow \quad \boxed{fR = I_\circ\alpha}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Para la traslación del CM:

$$
\begin{aligned}
M\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} &= M\vec{a} && \rightarrow \\
Mg\sin\beta + 0 - f &= Ma \quad \text{(según x)} && \rightarrow \quad \boxed{Mg\sin\beta - f = M\alpha R} && (3) \\
-Mg\cos\beta + N + 0 &= 0 \quad \text{(según y)} && \rightarrow \quad \boxed{N = Mg\cos\beta} && (4)
\end{aligned}
$$

• Buscamos $\boldsymbol{f}$ y $\boldsymbol{N}$. Para $\boldsymbol{f}$ sustituir $\boldsymbol{\alpha}$ de Ec. 2 en Ec. 3. Además usar $\boldsymbol{I_\circ = MR^2}$ para el anillo:

$$
Mg\sin\beta - f = f\frac{MR^2}{I_\circ} \quad \rightarrow \boxed{f = \frac{1}{2}Mg\sin\beta}
$$

• Examinamos la cuña. Sobre ella actúan el contacto con la rueda ($\vec{\boldsymbol{f'}} + \vec{\boldsymbol{N'}}$), la fuerza de la muralla ($\vec{\boldsymbol{H}}$) y la normal desde el piso $\vec{\boldsymbol{V}}$. Estática de la cuña implica

$$
\vec{f'} + \vec{N'} + \vec{H} + \vec{V} = \vec{0}
$$

Proyectando según la horizontal:

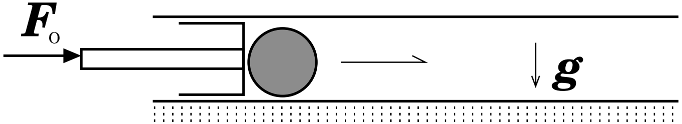
$$
f\cos\beta - N\sin\beta + H + 0 = 0 \quad \rightarrow \quad H = N\sin\beta - f\cos\beta
$$

Sustituyendo resultados para $\boldsymbol{f}$ y $\boldsymbol{N}$:

$$
\boxed{H = \frac{1}{2}Mg\sin\beta\cos\beta}
$$

• Cuando $\boldsymbol{\beta = \pi/2}$ H=0; en tal caso la rueda cae verticalmente y la cuña no es presionada contra la pared.

PROBLEMA 1: Una esfera macisa de masa $\underline{M}$ y radio $\underline{R}$ posa al interior de un tubo recto, horizontal y de pared rugosa. La esfera es empujada hacia la derecha mediante un émbolo de masa nula cuya pared en contacto con la esfera es rugosa y vertical. El coeficiente de roce cinético (dinámico) émbolo-esfera es $\underline{\mu}$. Sobre el émbolo se aplica una fuerza horizontal de magnitud $\underline{F_\circ}$ con la cual permite la esfera rueda sin resbalar hacia la derecha. Determine la aceleración del centro de la esfera.

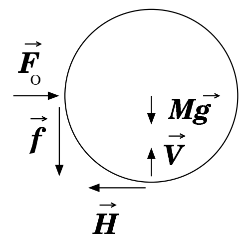


SOLUCION DEL EXAMEN
INTRODUCCION A LA FISICA – PRIMAVERA 2003

Por: H. F. Arellano (27 de noviembre de 2003)

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



SINOPSIS: Al ser empujada la esfera por el émbolo ésta se desplaza hacia la derecha. El roce del piso (desconocido) es el que permite la rotación de la esfera. Las ecuaciones de torque y Newton para el centro de masas determinan la aceleración buscada.

• Las fuerzas actuando sobre la esfera son su peso ($M\vec{g}$), contacto con el émbolo ($\vec{F}_\circ + \vec{f}$) y contacto con el piso ($\vec{V} + \vec{H}$). Planteamos ecuación del movimiento para el centro de masas: $M\vec{g} + \vec{F}_\circ + \vec{f} + \vec{V} + \vec{H} = M\vec{a}$. Descomponemos según eje horizontal (x) y vertical (y):

según x) $\quad 0 + F_\circ + 0 + 0 - H = Ma \quad \Rightarrow \boxed{F_\circ - H = Ma}$

según y) $\quad -Mg + 0 - f + V + 0 = 0 \quad \Rightarrow \boxed{V - f = Mg}$

• Para describir la rotación aplicamos ecuación de torques con respecto al CM (conveniente): $\tau_\circ(M\vec{g}) + \tau_\circ(\vec{F}_\circ) + \tau_\circ(\vec{f}) + \tau_\circ(\vec{V}) + \tau_\circ(\vec{H}) = I_\circ\alpha$. Evaluando (tomando sentido positivo el de los punteros del reloj) y considerando $I_\circ = 2MR^2/5$:

$$0 + 0 - Rf + 0 + RH = \frac{2}{5}MR^2\alpha \qquad \Rightarrow \boxed{H - f = \tfrac{2}{5}MR\alpha}$$

• La esfera rueda sin resbalar en el piso ($a = \alpha R$) y resbala en su contacto con el émbolo ($f = \mu F_\circ$). Con lo anterior obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

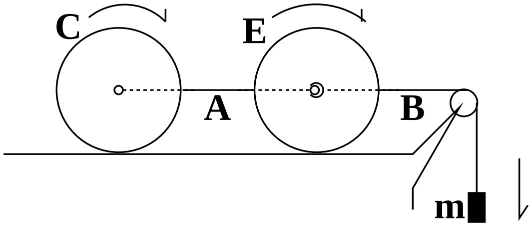
$$F_\circ - H = Ma \qquad (1)$$
$$V - \mu F_\circ = Mg \qquad (2)$$
$$H - \mu F_\circ = \frac{2}{5}Ma \qquad (3)$$

• Sumamos las Ecs. 1 y 2 para obtener

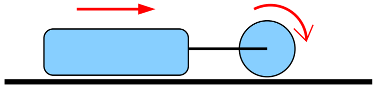
$$F_\circ(1-\mu) = Ma(1+\frac{2}{5}) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{a = \frac{5(1-\mu)F_\circ}{7M}}$$

PROBLEMA 2 **Considere un yo-yo cilíndrico C y uno esférico E unidos sin roce por sus ejes centrales mediante una cuerda ideal A. Los yo-yos son de igual masa $\underline{M}$ y radio $\underline{R}$, y posan sobre un tramo horizontal rugoso. El yo-yo E es tirado desde su eje hacia la derecha por una cuerda ideal B en cuyo extremo libre cuelga una carga de masa $\underline{m}$. Mientras la carga cae por efecto de la gravedad $\underline{g}$, los yo-yos son arrastrados por ésta y ruedan sin resbalar. Calcule la razón entre las tensiones experimentadas por ambas cuerdas T_A/T_B. No hay fricción en el soporte sobre el cual se apoya la cuerda B.**

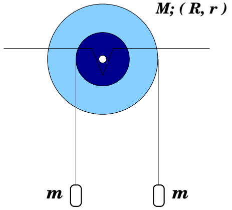
Ayudamemoria: **el momento de inercia de una esfera maciza con respecto a eje central es $2MR^2/5$, y el de un cilindro con respecto a eje central es $MR^2/2$.**



10. Un bloque sólido se une mediante una cuerda a una rueda cilíndrica de radio $\underline{R}$ y masa $\underline{\lambda M}$, con M la masa del conjunto. Inicialmente el conjunto se mueve con rapidez $\underline{u}$: el bloque resbala y la rueda rota sin resbalar. Determine el tramo recorrido por el sistema hasta detenerse. Analice su resultado en términos de λ. hfa[$\alpha\beta$]



11. Una polea a dos cantos (radio externo R e interno r) puede rotar sin fricción en torno a su eje. En sus cantos se han enrollado cuerdas ideales como se indica en la figura. Cargas de igual masa $\underline{m}$ cuelgan de los extremos de las cuerdas. El momento de inercia de la polea con respecto a su eje es $MR^2/2$. Determine la razón entre las tensiones de las cuerdas cuando el sistema rota por efecto de la gravedad $\underline{g}$. Determine el torque necesario sobre la polea para impedir que ésta rote. cl[β]



12. Dos cilindros de masa $\underline{M}$ pero distintos radios, $\underline{R}$ y $\underline{r}$ respectivamente, se unen mediante una cuerda ideal de longitud $\underline{L}$ $(L > R + r)$. El par posa sobre una superficie rugosa e inclinada en β con respecto a la horizontal. El cilindro de radio menor va delante del de radio mayor. Calcule la tensión de la cuerda y la aceleración del sistema. cl[β]