



Pauta Pregunta 2 Control 2

Pauta por: Lorenzo Reyes

a)[1.5 ptos] Para esta parte se supone que no se consideran las pérdidas óhmicas de las líneas y que los costos marginales dados por enunciado definen un despacho económico ÓPTIMO.

El problema general de optimización, sin considerar los límites de generación es el siguiente:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_i^{NG} C(P_{Gi}) \\ \text{s. a} \quad & \sum_i^{NG} P_{Gi} = P_D \end{aligned}$$

Siguiendo con la teoría de Lagrange se tiene que el óptimo se alcanza cuando:

$$\begin{aligned} L &= \sum_i^{NG} C(P_{Gi}) - \lambda \left(\sum_i^{NG} P_{Gi} - P_D \right) \\ \text{con } C(P_{Gi}) &= \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = \beta_i + 2\gamma_i P_{Gi} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_i^{NG} P_{Gi} - P_D = 0$$

$$\Rightarrow P_{Gi} = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}$$

Como se encuentra en el despacho óptimo, se está entonces cumpliendo con la demanda y además se cumplen las condiciones de KKT, por lo tanto, la expresión para la potencia antes obtenida, si se encuentra entre los valores mínimo y máximo de generación, entonces la central se encuentra marginando, de no ser así, entonces la central se encuentra en sus límites de operación. Con estas consideraciones se tiene que para cada bloque:

$$\lambda_1 = 31.69 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

$$P_1 = \frac{31.69 - 8}{2 \cdot 0.02} = 592.95 \Rightarrow P_1 = 350[MW]$$

$$P_2 = \frac{31.69 - 3}{2 \cdot 0.09} = 159.39[MW]$$

$$P_3 = \frac{31.69 - 5}{2 \cdot 0.07} = 190.64[MW]$$

$$P_{D\lambda_1} = 700.03[MW]$$

$$\lambda_2 = 3 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

$$P_1 = \frac{3 - 8}{2 \cdot 0.02} = -125 \Rightarrow P_1 = 30[MW]$$

$$P_2 = \frac{3 - 3}{2 \cdot 0.09} = 0[MW]$$

$$P_3 = \frac{3 - 5}{2 \cdot 0.07} = -14.29 \Rightarrow P_3 = 100[MW]$$

$$P_{D\lambda_2} = 130[MW]$$

$$\lambda_3 = 75 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

$$P_1 = \frac{75 - 8}{2 \cdot 0.02} = 1675 \Rightarrow P_1 = 350[MW]$$

$$P_2 = \frac{75 - 3}{2 \cdot 0.09} = 400[MW]$$

$$P_3 = \frac{75 - 5}{2 \cdot 0.07} = 500 \Rightarrow P_3 = 400[MW]$$

$$P_{D\lambda_3} = 1150[MW]$$

$$\lambda_4 = 16.91 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

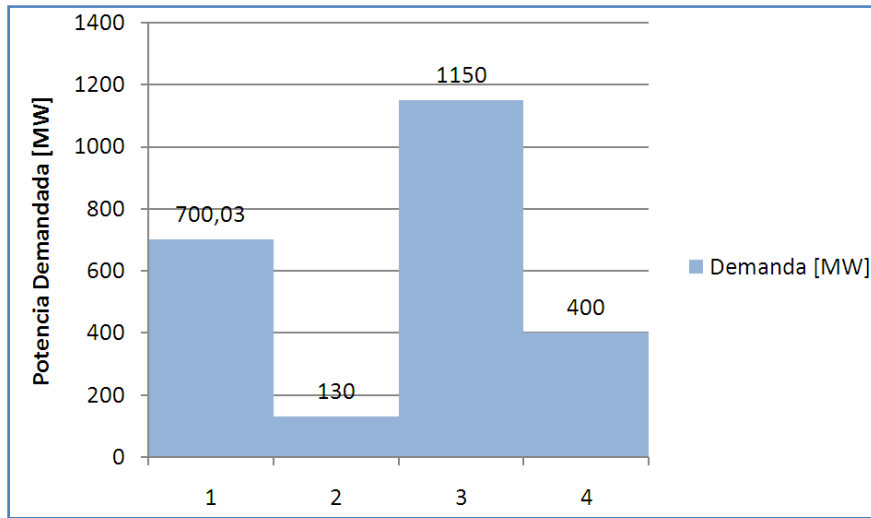
$$P_1 = \frac{16.91 - 8}{2 \cdot 0.02} = 222.75[MW]$$

$$P_2 = \frac{16.91 - 3}{2 \cdot 0.09} = 77.28[MW]$$

$$P_3 = \frac{16.91 - 5}{2 \cdot 0.07} = 85.07 \Rightarrow P_3 = 100[MW]$$

$$P_{D\lambda_4} = 400.03[MW]$$

Así entonces la curva de demanda sin considerar las pérdidas es la siguiente:



b)[2.5 ptos] En esta oportunidad se consideran las pérdidas de las líneas, y se desprecia la pérdida producto de la línea 4-5. Además el modelo de las pérdidas se toma como:

$$P_L = \sum_l^{NL} r_l P_l^2$$

El problema de optimización en esta ocasión es el siguiente:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_i^{NG} C(P_{Gi}) \\ \text{s. a} \quad & \sum_i^{NG} P_{Gi} = P_D + P_L \end{aligned}$$

De la figura, es posible ver que existe una línea asociada exactamente a cada generador, por lo tanto el subíndice "l" puede ser considerado como el subíndice Gi. De esta forma debe ser considerado como variable en el problema de optimización.

Así entonces, la potencia entregada por cada generador, en el despacho óptimo estará dada por:

$$L = \sum_i^{NG} C(P_{Gi}) - \lambda \left(\sum_i^{NG} P_{Gi} - P_D - P_L \right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = \beta_i + 2\gamma_i P_{Gi} - \lambda + 2\lambda r_l P_{Gi} = 0$$

$$\Rightarrow P_{Gi} = \frac{\lambda - \beta_i}{2(\gamma_i + r_l \lambda)}$$

De la expresión anterior se puede ver que los coeficientes de pérdidas, deben ser considerados como:

$$B_{ii} = r_i \cdot l_i$$

Donde l_i corresponde al largo de la línea i , y r_i la resistencia de la línea i .

Con esta información, se puede recalcular los valores de las potencias generadas y por lo tanto de la potencia demandada, teniendo las mismas consideraciones de la parte anterior:

$$\lambda_1 = 31.69 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

$$P_1 = \frac{31.69 - 8}{2(0.02 + 8 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 31.69)} = 472.4695 \Rightarrow P_1 = 350[MW]$$

$$P_2 = \frac{31.69 - 3}{2(0.09 + 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 31.69)} = 142.796[MW]$$

$$P_3 = \frac{31.69 - 5}{2(0.07 + 7 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 31.69)} = 179.28[MW]$$

En este caso la potencia perdida en las líneas de transmisión es:

$$P_L = \sum_l^{NG} r_l P_{Gl}^2 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 350^2 + 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 142.796^2 + 7 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 179.28^2$$

$$= 30.828[MW]$$

Y por lo tanto la potencia demandada es este bloque es:

$$P_{D\lambda_1} = \sum_i^{NG} P_{Gi} - P_L = 641.25[MW]$$

$$\lambda_2 = 3 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

$$P_1 = \frac{3 - 8}{2(0.02 + 8 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 3)} = -122.07 \Rightarrow P_1 = 30[MW]$$

$$P_2 = \frac{3 - 3}{2(0.09 + 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 3)} = 0[MW]$$

$$P_3 = \frac{3 - 5}{2(0.07 + 7 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 3)} = -14.2 \Rightarrow P_3 = 100[MW]$$

En este caso la potencia perdida en las líneas de transmisión es:

$$P_L = \sum_l^{NG} r_l P_{Gl}^2 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 30^2 + 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 0^2 + 7 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 100^2$$

$$= 1.544[MW]$$

Y por lo tanto la potencia demandada es este bloque es:

$$P_{D\lambda_2} = \sum_i^{NG} P_{Gi} - P_L = 128.456[MW]$$

$$\lambda_3 = 75 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

$$P_1 = \frac{75 - 8}{2(0.02 + 8 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 75)} = 1046.88 \Rightarrow P_1 = 350[MW]$$

$$P_2 = \frac{75 - 3}{2(0.09 + 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 75)} = 313.73[MW]$$

$$P_3 = \frac{75 - 5}{2(0.07 + 7 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 75)} = 434.78 \Rightarrow P_3 = 400[MW]$$

En este caso la potencia perdida en las líneas de transmisión es:

$$P_L = \sum_l^{NG} r_l P_{Gl}^2 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 350^2 + 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 313.73^2 + 7 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 400^2$$

$$= 74.48[MW]$$

Y por lo tanto la potencia demandada es este bloque es:

$$P_{D\lambda_3} = \sum_i^{NG} P_{Gi} - P_L = 989.25[MW]$$

$$\lambda_4 = 16.91 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

$$P_1 = \frac{16.91 - 8}{2(0.02 + 8 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 16.91)} = 196.21[MW]$$

$$P_2 = \frac{16.91 - 3}{2(0.09 + 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 16.91)} = 72.77[MW]$$

$$P_3 = \frac{16.91 - 5}{2(0.07 + 7 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 16.91)} = 82.29 \Rightarrow P_3 = 100[MW]$$

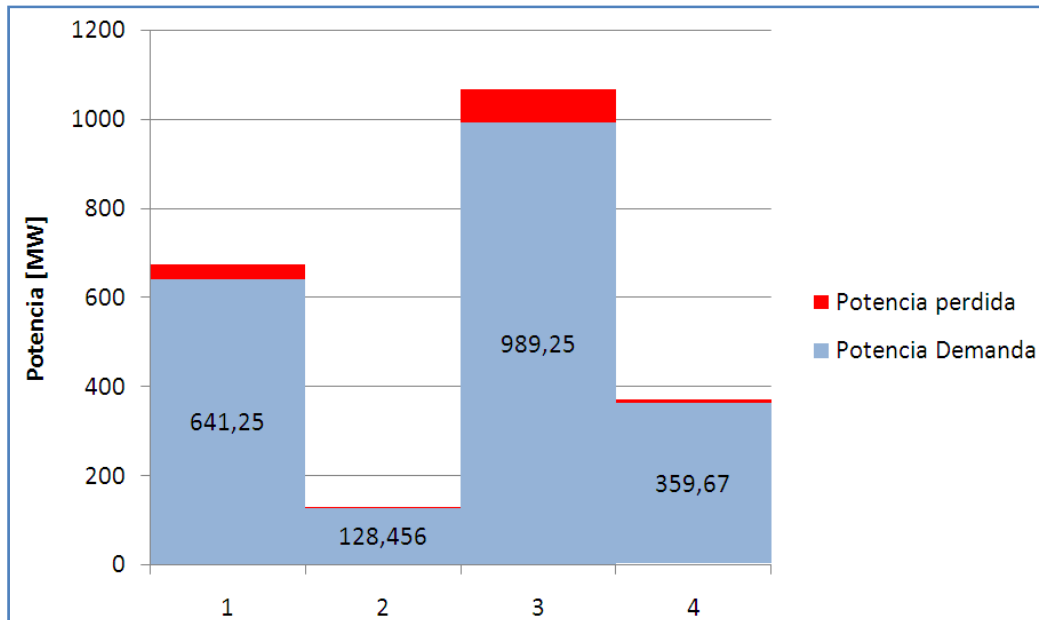
En este caso la potencia perdida en las líneas de transmisión es:

$$P_L = \sum_l^{NG} r_l P_{Gl}^2 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 196.21^2 + 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 72.77^2 + 7 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 100^2 = 9.31[MW]$$

Y por lo tanto la potencia demandada es este bloque es:

$$P_{D\lambda_4} = \sum_i^{NG} P_{Gi} - P_L = 359.67[MW]$$

Así entonces la curva de demanda considerando las pérdidas es la siguiente:



c) [1 pto] Para el caso sin pérdidas se tiene:

$$\begin{aligned} \sum_i^{NG} C(P_{Gi}) &= 200 + 8 \cdot 350 + 0.02 \cdot 350^2 \\ &\quad + 300 + 3 \cdot 159.39 + 0.09 \cdot 159.39^2 \\ &\quad + 150 + 5 \cdot 190.64 + 0.07 \cdot 190.64^2 \\ &= 12161.888[UM/h] \end{aligned}$$

Entonces el costo por MWh es:

$$C(P_{Gi}) = \frac{12161.888}{700.03} = 17.3734 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

Mientras que para el caso con pérdidas:

$$\begin{aligned}\sum_i^{NG} C(P_{Gi}) &= 200 + 8 \cdot 350 + 0.02 \cdot 350^2 \\ &\quad + 300 + 3 \cdot 142.796 + 0.09 \cdot 142.796^2 \\ &\quad + 150 + 5 \cdot 179.28 + 0.07 \cdot 179.28^2 \\ &= 11309.843 [UM/h]\end{aligned}$$

Entonces el costo por MWh es:

$$C(P_{Gi}) = \frac{11309.843}{641.25} = 17.6372 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

Y entonces la diferencia de costos por MWh es de:

$$\Delta C(P_{Gi}) = 17.6372 - 17.3734 = 0.2638 \left[\frac{UM}{MWh} \right]$$

Lo que muestra la diferencia de costos producidos por las pérdidas de las líneas. Aunque no es una gran diferencia, es claro que para poder aportar la misma demanda sale más caro al considerar las pérdidas.

d) [1 pto] La reserva en giro se refiere a la potencia que se guarda en caso de una falla para aumentar la potencia entregada por un generador, por lo tanto, el problema de optimización de despacho económico debiera considerar que la restricción sobre las potencias entregadas por esos generadores sería:

$$P_{min} \leq P_{Gi} \leq 0.9P_{m\acute{a}x}$$