Pauta Ejercicio 3 EL57A

Por: **Carlos Mendoza R.**
Correcciones: **Claudio Troncoso M.**

a) Como los datos se encuentran en los Costos Incrementales de Generación se debe recordar como se llega a este gráfico.

$$C_T(P_i) = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \quad \Rightarrow \quad CMg(P_i) = \beta_i + 2\gamma_i P_i = n_i + m_i P_i$$

Con lo cual debemos encontrar desde el gráfico la pendiente y el coeficiente de posición para cada recta y asociarla a los betas y gammas de cada generador.

Para las características de generación nos apoyamos en los gráficos y dependiendo del número de unidades, los valores obtenidos deberán ser divididos por ellos.

Generador 1

$$m_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma_1 = 0\left[\frac{UM}{MW^2 h}\right]$$

$$n_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad \beta_1 = 1\left[\frac{UM}{MWh}\right]$$

Total Central		*Por unidad generadora*
$P_{\min} = 60[MW]$		$P_{\min} = 15[MW]$
$P_{\max} = 210[MW]$	$\Rightarrow$	$P_{\max} = 52.5[MW]$
$N°de\_unidades = 4$		

Generador 2

$$m_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12-0}{120-0} = \frac{1}{10} \quad \Rightarrow \quad \gamma_1 = \frac{1}{20} = 0.05\left[\frac{UM}{MW^2 h}\right]$$

$$n_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta_2 = 0\left[\frac{UM}{MWh}\right]$$

Total Central		*Por unidad generadora*
$P_{\min} = 0[MW]$		$P_{\min} = 0[MW]$
$P_{\max} = 120[MW]$	$\Rightarrow$	$P_{\max} = 120[MW]$
$N°de\_unidades = 1$		

Generador 3

$$m_3 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{38-14}{180-0} = \frac{24}{180} \quad \Rightarrow \quad \gamma_3 = \frac{12}{180} = 0.0667\left[\frac{UM}{MW^2 h}\right]$$

$$n_3 = 14 \quad \Rightarrow \quad \beta_3 = 14\left[\frac{UM}{MWh}\right]$$

Total Central

$P_{\min} = 0[MW]$

$P_{\max} = 180[MW]$ $\Rightarrow$

$N°de\_unidades = 1$

Por unidad generadora

$P_{\min} = 0[MW]$

$P_{\max} = 180[MW]$

Generador 4

$$\gamma_4 = 0.033\left[\frac{UM}{MW^2h}\right]$$

$$n_4 = 20 - 2\cdot 0.033\cdot 30 = 18 \qquad \Rightarrow \qquad \beta_4 = 18\left[\frac{UM}{MWh}\right]$$

Total Central

$P_{\min} = 30[MW]$

$P_{\max} = 150[MW]$ $\Rightarrow$

$N°de\_unidades = 1$

Por unidad generadora

$P_{\min} = 30[MW]$

$P_{\max} = 150[MW]$

Generador 5

$$m_5 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{38-30}{210-60} = \frac{8}{150} \quad \Rightarrow \quad \gamma_5 = \frac{4}{150} = 0.02667\left[\frac{UM}{MW^2h}\right]$$

$$\beta_5 = 26.8\left[\frac{UM}{MWh}\right]$$

Total Central

$P_{\min} = 60[MW]$

$P_{\max} = 210[MW]$ $\Rightarrow$

$N°de\_unidades = 2$

Por unidad generadora

$P_{\min} = 30[MW]$

$P_{\max} = 105[MW]$

b) Para poder encontrar el despacho en cada caso, se debe suponer un λ y ver si este cumple con el despacho y las condiciones de K-T.

Primer Bloque Horario

$P_D = 350[MW]$

Tomando como valor inicial $\lambda = \beta_1 = 1$, tenemos que las condiciones de K-T para cada parque de generación son:

$$\frac{\partial C_T(P_1)}{\partial P_1} = 1 = \lambda \quad \Rightarrow \quad \underline{P_1} \le P_1 \le \overline{P_1}$$

$$\frac{\partial C_T(P_2)}{\partial P_2} = 0 \le \lambda \quad \Rightarrow \quad P_2 = \overline{P_2} = 120[MW]$$

$$\frac{\partial C_T(P_3)}{\partial P_3} = 14 \ge \lambda \quad \Rightarrow \quad P_3 = \underline{P_3} = 0[MW]$$

$$\frac{\partial C_T(P_4)}{\partial P_4} = 18.68 \geq \lambda \qquad \Rightarrow \qquad P_4 = \underline{P_4} = 30[MW]$$

$$\frac{\partial C_T(P_5)}{\partial P_5} = 26.8 \geq \lambda \qquad \Rightarrow \qquad P_5 = \underline{P_5} = 60[MW]$$

Con lo cual el despacho queda de la siguiente manera:

$P_1 = 140[MW]$ Marginando

$P_2 = 120[MW]$ Máximo

$P_3 = 0[MW]$ Mínimo

$P_4 = 30[MW]$ Mínimo

$P_5 = 60[MW]$ Mínimo

$$\sum_{i=1}^{5} P_i = 350[MW] = P_D$$

Para el caso de límites de transmisión los parques de generación 1 y 2 aportan en la línea 1- 3 y los parques de generación 3 y 4 a la línea 2-3, en ambos casos la suma de potencia es inferior a su capacidad máxima, con lo cual el despacho queda de la misma manera antes señalada.

Segundo Bloque Horario

$P_D = 600[MW]$

En este bloque aumenta la demanda, por ende por forma natural debiese aumentar el costo marginal del sistema.

Como la suma de los máximos de los parques 1,2 y 3 no satisfacen la demanda el costo marginal debe ser el del parque número 4, entonces:

Tomando como valor inicial $\lambda = \beta_4 = 18$, tenemos que las condiciones de R-K para cada parque de generación son:

$$\frac{\partial C_T(P_1)}{\partial P_1} = 1 \leq \lambda \qquad \Rightarrow \qquad P_1 = \overline{P_1} = 210[MW]$$

$$\frac{\partial C_T(P_2)}{\partial P_2} = 0 \leq \lambda \qquad \Rightarrow \qquad P_2 = \overline{P_2} = 120[MW]$$

$$\frac{\partial C_T(P_3)}{\partial P_3} = 14 \leq \lambda \qquad \Rightarrow \qquad P_3 = \overline{P_3} = 180[MW]$$

$$\frac{\partial C_T(P_4)}{\partial P_4} = 18 = \lambda \qquad \Rightarrow \qquad \underline{P_4} \leq P_4 \leq \overline{P_4}$$

$$\frac{\partial C_T(P_5)}{\partial P_5} = 26.8 \geq \lambda \qquad \Rightarrow \qquad P_5 = \underline{P_5} = 60[MW]$$

Con lo cual el despacho queda de la siguiente manera:

$P_1 = 210[MW]$ Máximo

$P_2 = 120[MW]$ Máximo

$P_3 = 180[MW]$ Mínimo
$P_4 = 30[MW]$ Marginando y Mínimo
$P_5 = 60[MW]$ Mínimo

$$\sum_{i=1}^{5} P_i = 600[MW] = P_D$$

Ahora suponiendo que las líneas tienen límites $P_1 + P_2 = 330[MW]$ de acuerdo al despacho por lo cual los 30[MW], que están sobrepasando los límites deben ser compensados por la(s) unidad(es) marginadora(s), con lo cual el despacho quedaría de la siguiente forma:

$P_1 = 180[MW]$ Máximo
$P_2 = 120[MW]$ Máximo
$P_3 = 180[MW]$ Máximo
$P_4 = 60[MW]$ Marginando y Mínimo
$P_5 = 60[MW]$ Mínimo

Nota: La combinación de los parques de generación 1 y 2, es de esta forma, dado que económicamente es más barato dejar de generar en la unidad más cara del sector, limitando su potencia máxima.

c) Costos horarios
Lineales

$$C\ (P_i) = \alpha_i + \beta_i P_i$$

$$C_1(P_1) = (250 + 1 \cdot \frac{140}{4}) \cdot 4 = 285 \cdot 4 = 1140\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$C_2(P_2) = 200\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$C_3(P_3) = 200 + 14 \cdot 0 = 200\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$C_4(P_4) = 200 + 18.68 \cdot 30 = 760.4\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$C_5(P_5) = (100 + 26.8 \cdot \frac{60}{2}) \cdot 2 = 904 \cdot 2 = 1808\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$CT = \sum_{i=1}^{5} C_i(P_i) \cdot 15 = 4108.4\left[\frac{UM}{h}\right] \cdot 15[h] = 61626[UM]$$

Cuadráticos

$$C\ (P_i) = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2$$

$$C_1(P_1) = (250 + 1 \cdot \frac{140}{4}) \cdot 4 = 390 \cdot 4 = 1140\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$C_2(P_2) = 200 + 0..05 \cdot 120^2 = 920\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$C_3(P_3) = 200\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$C_4(P_4) = 200 + 18.68 \cdot 30 + 0.033 \cdot 30^2 = 790.1\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$C_5(P_5) = (100 + 26.8 \cdot \frac{60}{2} + 0.02667 \cdot \left(\frac{60}{2}\right)^2) \cdot 2 = 928.003 \cdot 2 = 1856.006\left[\frac{UM}{h}\right]$$

$$CT = \sum_{i=1}^{5} C_i(P_i) \cdot 15 = 4906.106\left[\frac{UM}{h}\right] \cdot 15[h] = 73591.59[UM]$$

d) Primer Bloque

Suponemos $\lambda \geq 1$, por R-K $P_1 = \overline{P_1} = 210[MW]$
Con lo cual la demanda cambia para la optimización: $P_D' = 350 - 210 = 140[MW]$
Primera Iteración.

$$\lambda = \frac{140 + \frac{14}{2 \cdot 0.0667} + \frac{18}{2 \cdot 0.033} + \frac{26.8}{2 \cdot 0.02667}}{\frac{1}{2 \cdot 0.05} + \frac{1}{2 \cdot 0.0667} + \frac{1}{2 \cdot 0.033} + \frac{1}{2 \cdot 0.02667}} = 19.85$$

$$P_2 = \frac{19.85 - 0}{2 \cdot 0.05} = 198.5$$

$$P_3 = \frac{19.85 - 14}{2 \cdot 0.0667} = 43.85$$

$$P_4 = \frac{19.85 - 18}{2 \cdot 0.033} = 28.03 \qquad \Rightarrow \qquad P_4 = \overline{P_4} = 30[MW]$$

$$P_5 = \frac{19.85 - 26.8}{2 \cdot 0.02667} = -130.29 \qquad \Rightarrow \qquad P_5 = \overline{P_5} = 60[MW]$$

Segunda Iteración
$P'' = 140 - 90 = 50$

$$\lambda = \frac{50 + \frac{14}{2 \cdot 0.0667}}{\frac{1}{2 \cdot 0.0667} + \frac{1}{2 \cdot 0.05}} = 8.86$$

$$P_2 = \frac{8.86 - 0}{2 \cdot 0.05} = 88.6$$

$$P_3 = \frac{8.86 - 14}{2 \cdot 0.0667} = -38.5 \quad \Rightarrow \quad P_3 = \underline{P_3} = 0[MW] \quad \Rightarrow \quad P_2 = 50$$

$$\lambda = \frac{P_D}{\frac{1}{2 \cdot 0.05}} = \frac{50}{\frac{1}{2 \cdot 0.05}} = 5$$

Con lo cual el despacho para el primer bloque queda de la siguiente forma:

$P_1 = 210[MW]$ Máximo

$P_2 = 50[MW]$ Marginando

$P_3 = 0[MW]$ Mínimo

$P_4 = 30[MW]$ Mínimo

$P_5 = 60[MW]$ Mínimo

$\lambda = 5$

Bloque 2

Suponemos $\lambda \geq 15$, por R-K $P_1 = \overline{P_1} = 210[MW]$ y $P_2 = \overline{P_2} = 120[MW]$

Con lo cual la demanda cambia para la optimización: $P_D' = 600 - (210 + 120) = 270[MW]$

Primera Iteración.

$$\lambda = \frac{270 + \frac{14}{2 \cdot 0.0667} + \frac{18}{2 \cdot 0.033} + \frac{26.8}{2 \cdot 0.02667}}{\frac{1}{2 \cdot 0.0667} + \frac{1}{2 \cdot 0.033} + \frac{1}{2 \cdot 0.02667}} = 27.78$$

$$P_3 = \frac{27.78 - 14}{2 \cdot 0.0667} = 103.3$$

$$P_4 = \frac{27.78 - 18}{2 \cdot 0.033} = 148.2$$

$$P_5 = \frac{27.78 - 26.8}{2 \cdot 0.02667} = 18.4 \leq \underline{P_5} \qquad \Rightarrow \qquad P_5 = \underline{P_5} = 60[MW]$$

Segunda Iteración

$P'' = 270 - 60 = 210$

$$\lambda = \frac{210 + \frac{14}{2 \cdot 0.0667} + \frac{18}{2 \cdot 0.033}}{\frac{1}{2 \cdot 0.0667} + \frac{1}{2 \cdot 0.033}} = 25.99$$

$$P_3 = \frac{25.99 - 14}{2 \cdot 0.0667} = 89.88$$

$$P_4 = \frac{26.403 - 18.68}{2 \cdot 0.033} = 121$$

Con lo cual el despacho para el segundo bloque queda de la siguiente forma:

$P_1 = 210[MW]$ Máximo

$P_2 = 120[MW]$ Máximo

$P_3 = 89.88[MW]$ Marginando

$P_4 = 121[MW]$ Marginando

$P_5 = 60[MW]$ Mínimo

$\lambda = 25.99$

d.2) Primer Bloque
$P_D = 350[MW]$

Iteración 1

1) $\lambda^{[1]} = 5$

2) $P_2^{[1]} = \dfrac{5-0}{2\cdot(0.05+0.0004\cdot 5)} = 48.077[MW]$

3) $P_L^{[1]} = (210^2 + 48.077^2)\cdot 0.0004 + 30^2\cdot 0.0001 = 18.655[MW]$

4) $\Delta P^{[1]} = 350 + 18.655 - (210 + 48.077 + 0 + 30 + 60) = 20.578[MW]$

5) $\sum\left(\dfrac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{[1]} = \dfrac{0.05}{2\cdot(0.05+5\cdot 0.0004)^2} = 9.245\left[\dfrac{1}{h}\right]$

6) $\Delta\lambda^{[1]} = \dfrac{20.578}{9.245} = 2.22[MWh]$

7) $\lambda^{[2]} = 5 + 2.22 = 7.22[MWh]$

8) $\varepsilon < 2.22$

Iteración 2

1) $\lambda^{[2]} = 7.22$

2) $P_2^{[2]} = \dfrac{7.22-0}{2\cdot(0.05+0.0004\cdot 7.22)} = 68.26[MW]$

3) $P_L^{[2]} = (210^2 + 68.26^2)\cdot 0.0004 + 30^2\cdot 0.0001 = 19.59[MW]$

4) $\Delta P^{[2]} = 350 + 19.59 - (210 + 68.26 + 0 + 30 + 60) = 1.33[MW]$

5) $\sum\left(\dfrac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{[2]} = \dfrac{0.05}{2\cdot(0.05+5\cdot 7.22)^2} = 8.937\left[\dfrac{1}{h}\right]$

6) $\Delta\lambda^{[2]} = \dfrac{1.33}{8.937} = 0.1488[MWh]$

7) $\lambda^{[3]} = 7.22 + 0.1488 = 7.368[MWh]$

8) $\varepsilon > 0.1488 \quad \Rightarrow \quad$ Convergencia Alcanzada

Despacho del primer Bloque es:
$P_1 = 210[MW]$ Máximo

$P_2 = 69.59[MW]$ Marginando
$P_3 = 0[MW]$ Mínimo
$P_4 = 30[MW]$ Mínimo
$P_5 = 60[MW]$ Mínimo
$\lambda = 7.368$

Segundo Bloque
$P_D = 600[MW]$

Iteración 1

1) $\lambda^{[1]} = 26$

2) $$P_3^{[1]} = \frac{26-14}{2\cdot(0.0667+0.0001\cdot 26)} = 86.58[MW]$$
$$P_4^{[1]} = \frac{26-18}{2\cdot(0.033+0.0001\cdot 26)} = 112.36[MW]$$

3) $P_L^{[1]} = (210^2+120^2)\cdot 0.0004 + (86.58^2+112.36^2)\cdot 0.0001 = 25.41[MW]$

4) $\Delta P^{[1]} = 600 + 25.41 - (210+120+86.58+112.36+60) = 36.47[MW]$

5)
$$\sum\left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{[1]} = \frac{0.033+0.0001\cdot 18}{2\cdot(0.033+26\cdot 0.0001)^2} + \frac{0.0667+0.0001\cdot 14}{2\cdot(0.0667+26\cdot 0.0001)^2} = 13.73 + 7.09 = 20.82\left[\frac{1}{h}\right]$$

6) $\Delta\lambda^{[1]} = \dfrac{36.47}{20.82} = 1.75[MWh]$

7) $\lambda^{[2]} = 26 + 1.75 = 27.75[MWh]$

8) $\varepsilon < 1.75$

Iteración 2

1) $\lambda^{[2]} = 27.75$

2) $$P_3^{[2]} = \frac{27.75-14}{2\cdot(0.0667+0.0001\cdot 27.75)} = 98.96[MW]$$
$$P_4^{[2]} = \frac{27.75-18}{2\cdot(0.033+0.0001\cdot 27.75)} = 136.27[MW]$$

3) $P_L^{[2]} = (210^2+120^2)\cdot 0.0004 + (98.96^2+136.27^2)\cdot 0.0001 = 26.24[MW]$

4) $\Delta P^{[2]} = 600 + 26.24 - (210+120+98.96+136.27+60) = 1.04[MW]$

5)

$$\sum\left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{[2]} = \frac{0.033 + 0.0001 \cdot 18}{2 \cdot (0.033 + 27.75 \cdot 0.0001)^2} + \frac{0.0667 + 0.0001 \cdot 14}{2 \cdot (0.0667 + 27.75 \cdot 0.0001)^2} = 13.59 + 7.05 = 20.65\left[\frac{1}{h}\right]$$

6) $\Delta\lambda^{[2]} = \dfrac{1.04}{20.65} = 0.05[MWh]$

7) $\lambda^{[3]} = 27.75 + 0.05 = 27.8[MWh]$

8) $\varepsilon > 0.05 \quad \Rightarrow$ Convergencia Alcanzada

Despacho del primer Bloque es:

$P_1 = 210[MW]$ Máximo

$P_2 = 120[MW]$ Máximo

$P_3 = 99.3[MW]$ Marginando

$P_4 = 136.95[MW]$ Marginando

$P_5 = 60[MW]$ Mínimo

$\lambda = 27.8$