



Escuela de
Ingeniería
Universidad
de Chile



EL 57A SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

Clase 6: Componentes de Sistemas de Potencia: Líneas de Transmisión

**Luis Vargas
AREA DE ENERGIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA**



Contenido (III)

3. Las componentes de los sistemas eléctricos de potencia

3.1 Introducción

3.2 Generador Síncrono

3.3 Líneas de Transmisión

3.4 Transformadores

3.5 Redes de Transmisión y Subestaciones



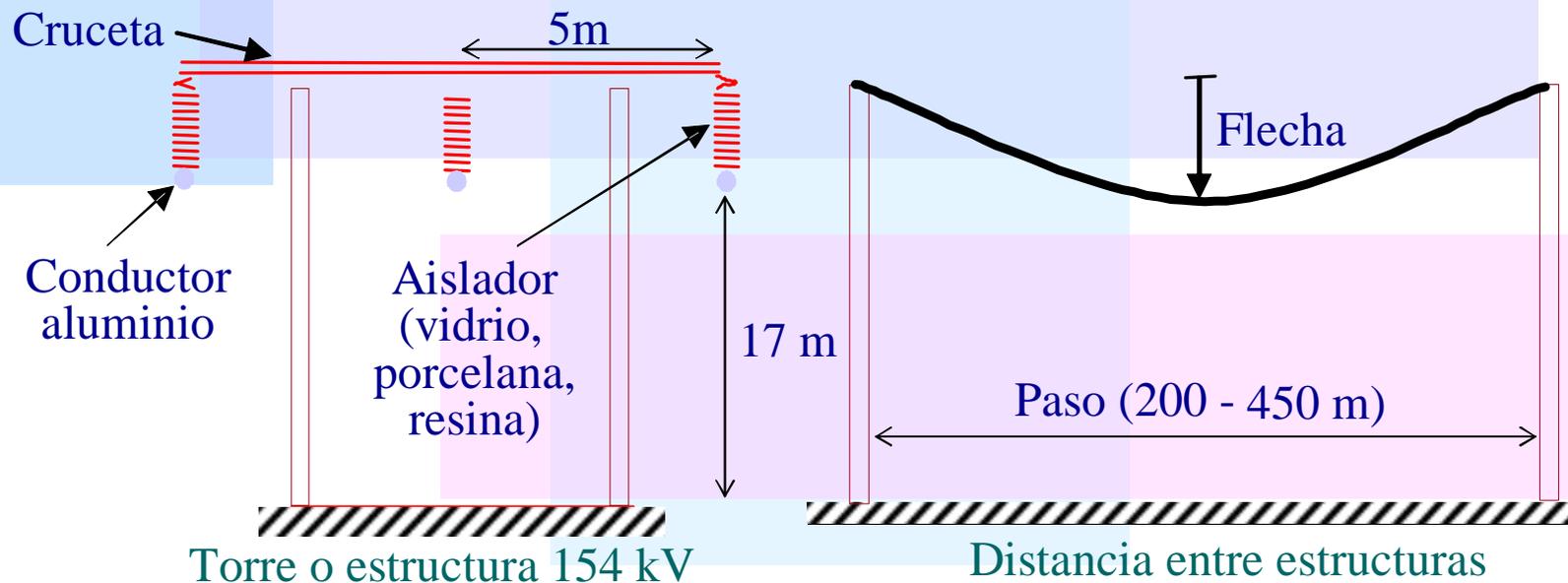
Líneas de Transmisión (I)

Estructura General

Conjunto de conductores que llevan la energía desde los centros de generación a los consumos → interesa conocer los factores que influyen en los parámetros eléctricos con el fin de realizar una modelación desde el punto de vista de sistema.

- **Tipo de transmisión:** corriente continua, corriente alterna
- **Formas constructivas básicas:** Líneas aéreas, Cables de poder

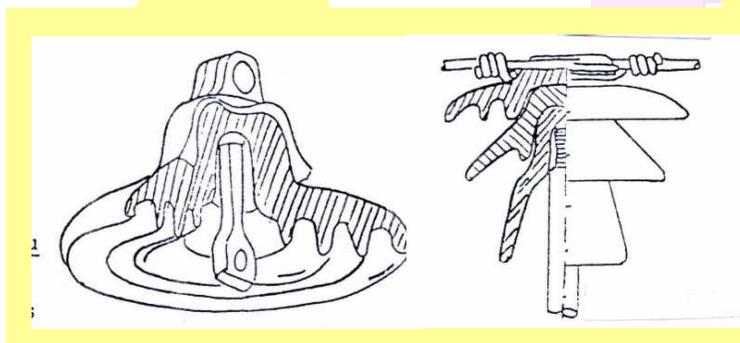
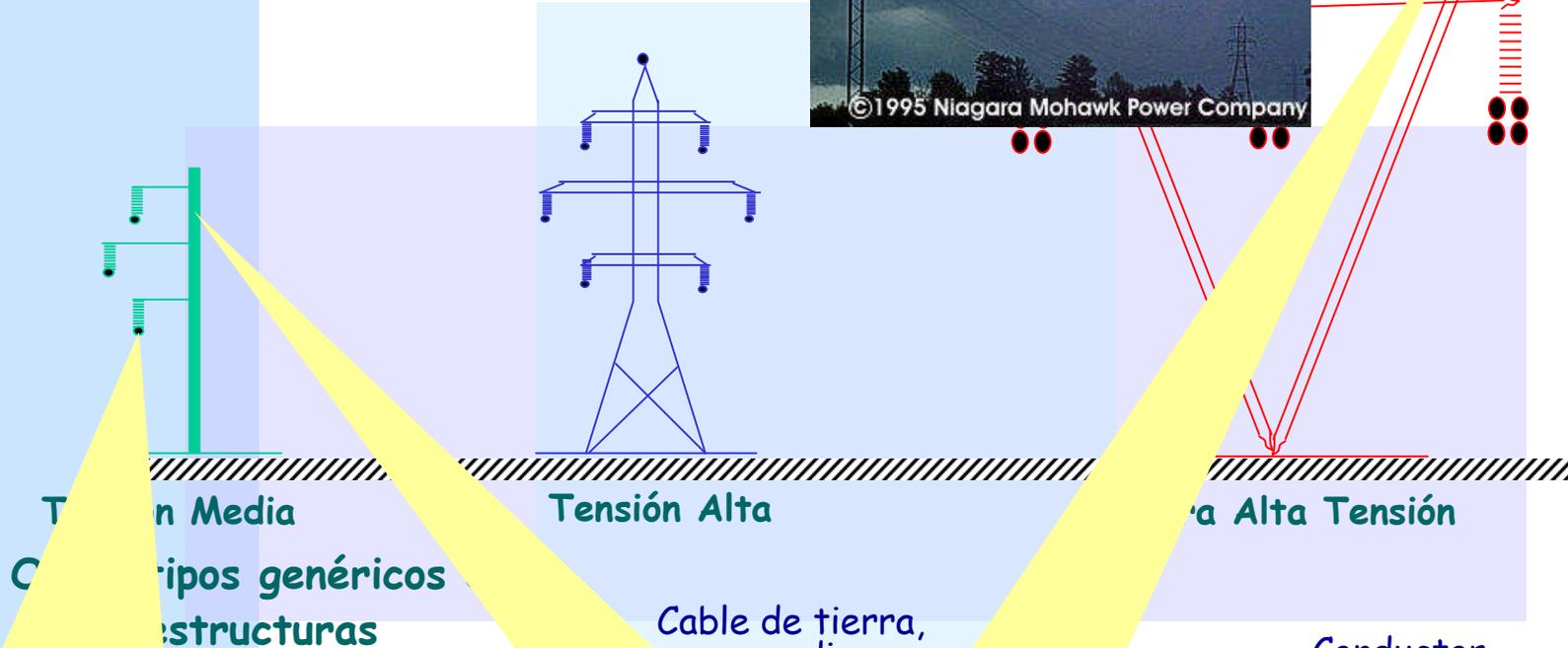
1.- Líneas aéreas



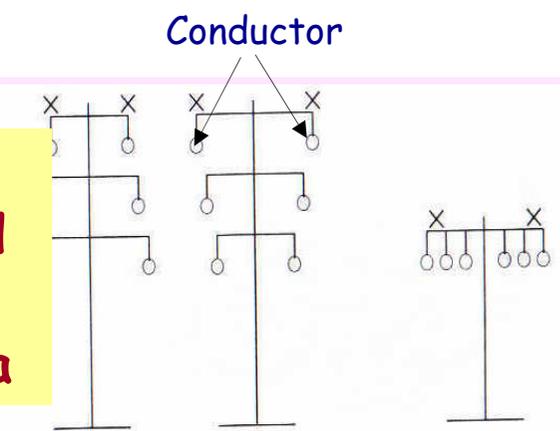


Líneas de Transmisión (II)

Estructuras básicas



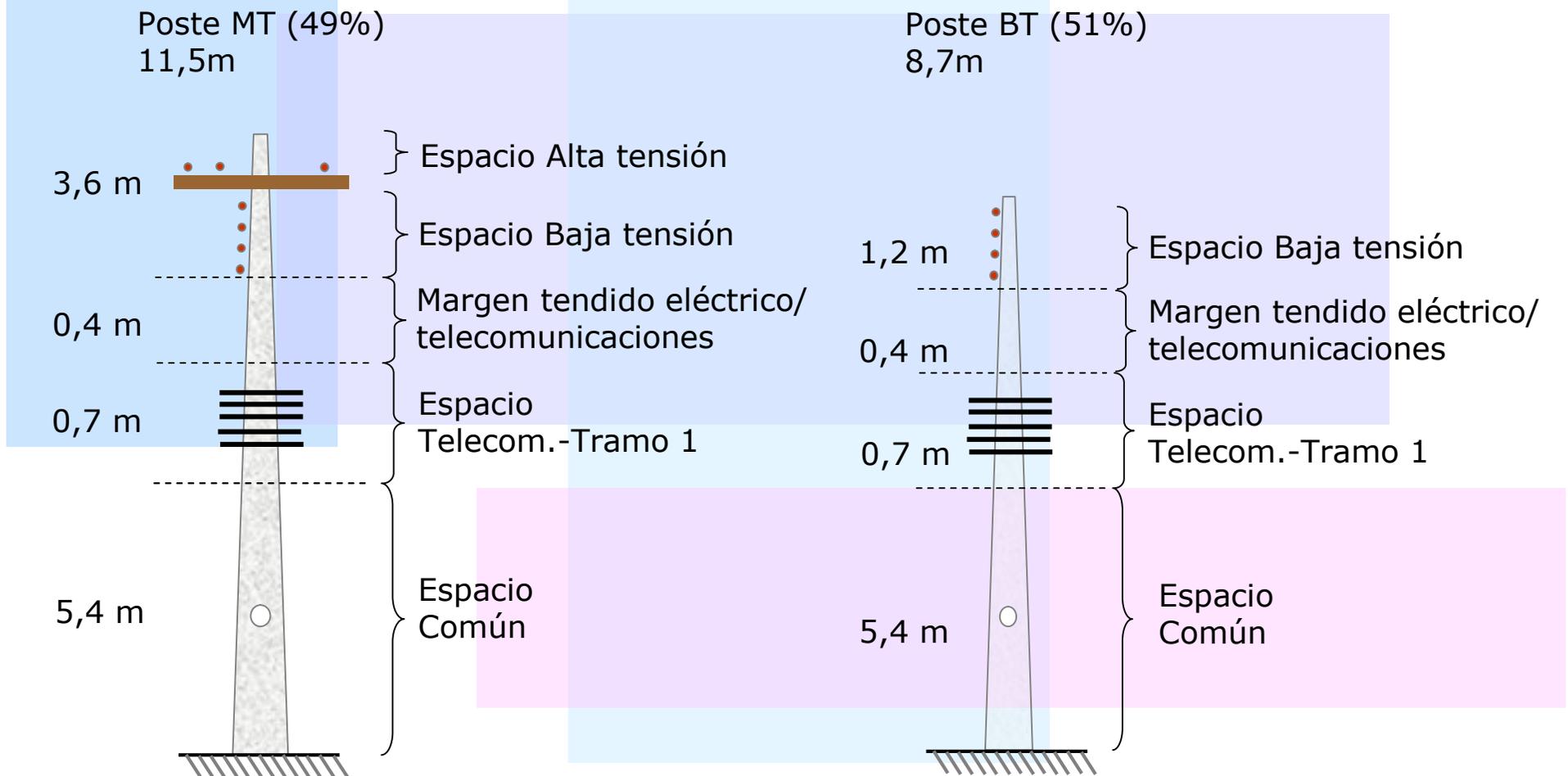
Posibles descargas atmosféricas: necesidad de puesta a tierra de torres, cable de guardia





Líneas de Transmisión (II)

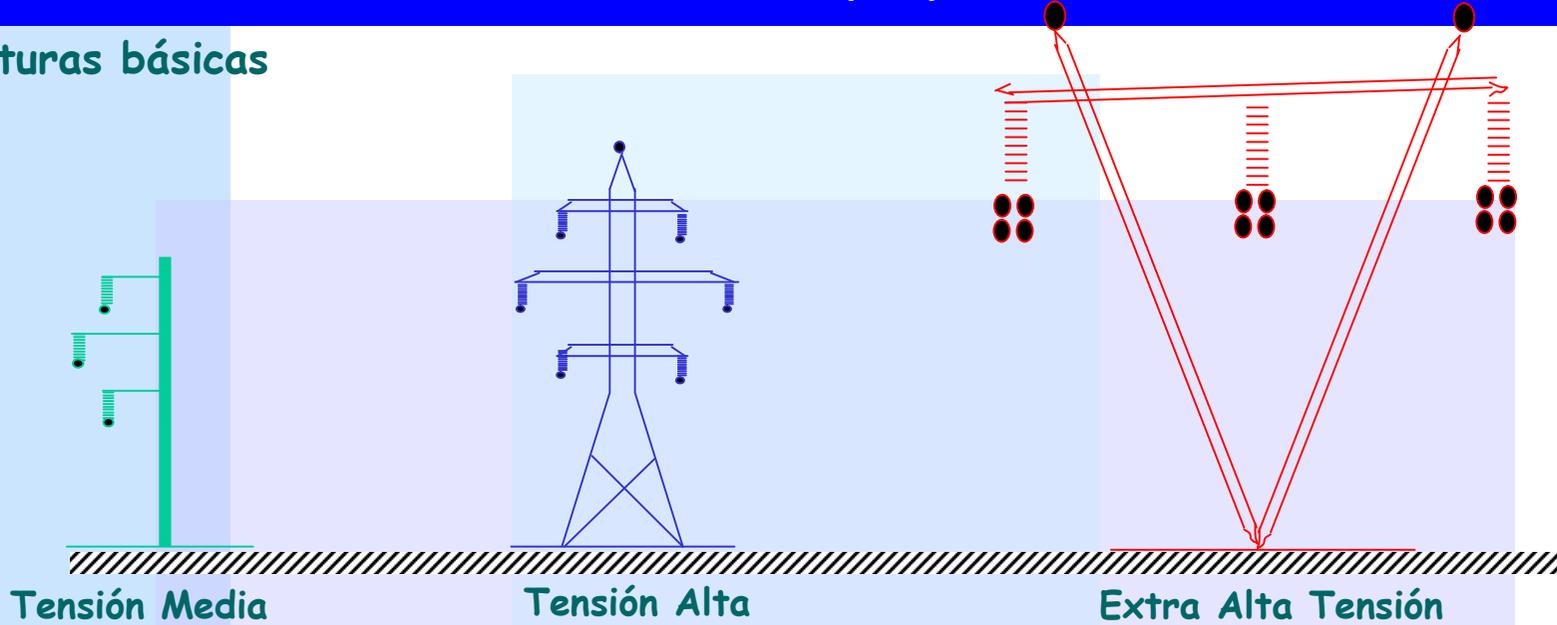
Definición del servicio de apoyo en postes de acuerdo a las bases técnicas y las normas de Chilectra



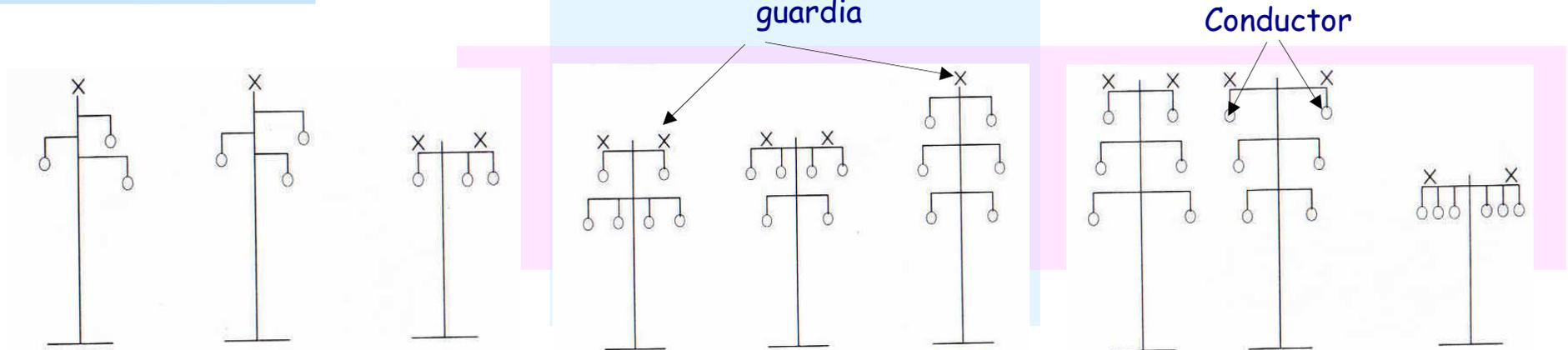


Líneas de Transmisión (II)

Estructuras básicas



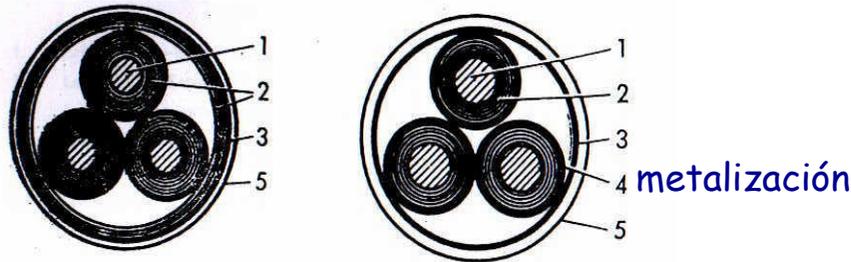
Otros tipos genéricos de estructuras



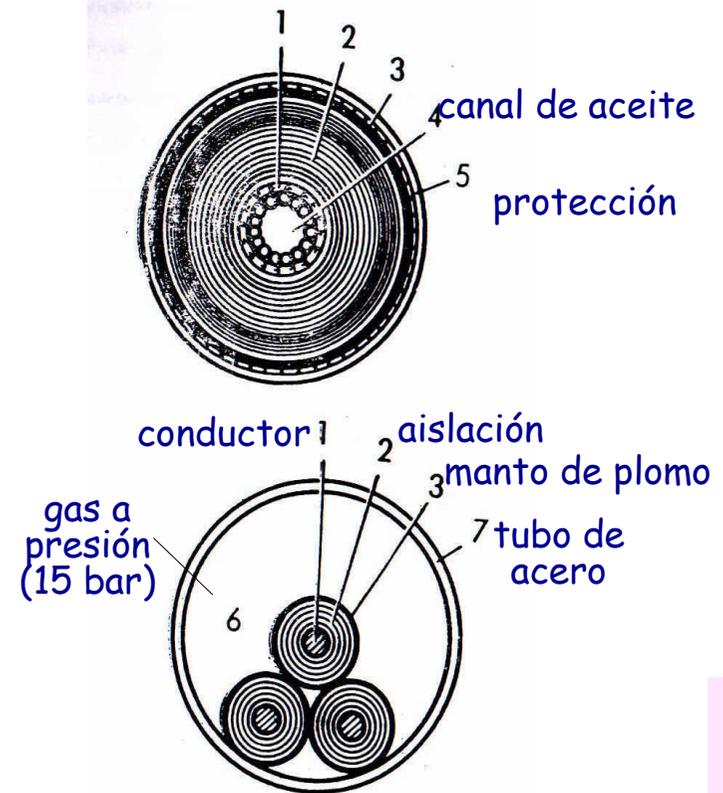


Líneas de Transmisión (III)

2.- Cables de poder



Cable de poder trifásico



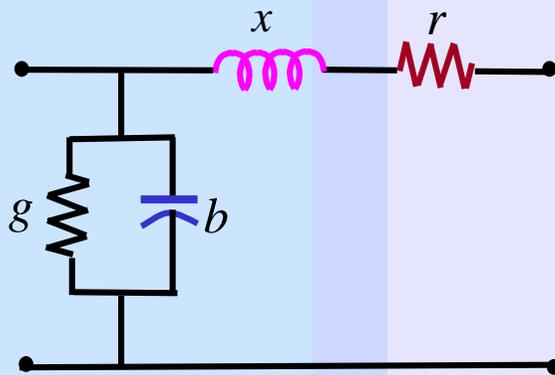
Cable de poder para tensiones (extra) altas

Fuente: UNIDO



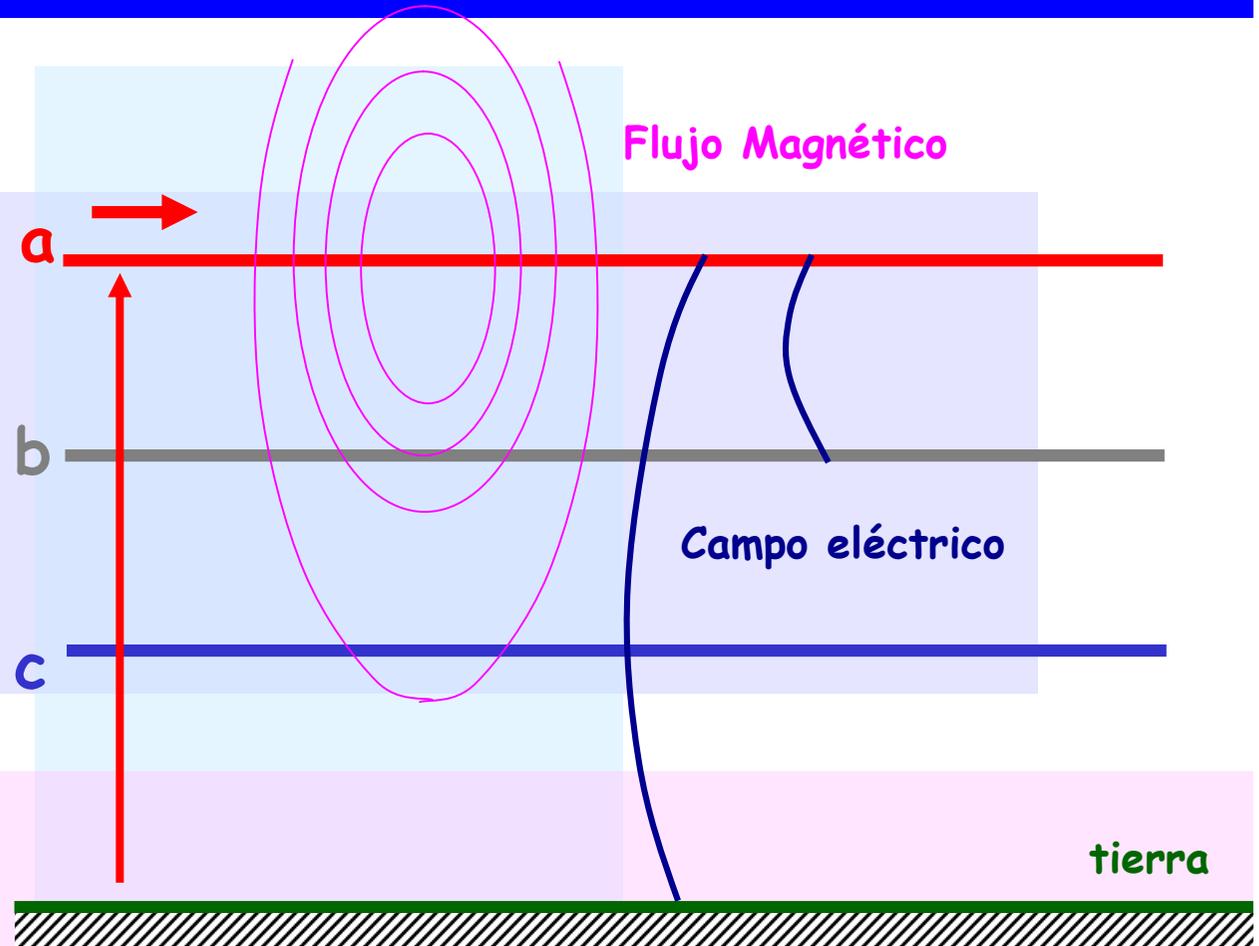
Líneas de Transmisión (IV)

Modelo Equivalente



Modelo equivalente
por unidad de
longitud y fase

- r : resistencia serie
- x : reactancia serie
- g : conductancia paralelo
- b : susceptancia capacitiva

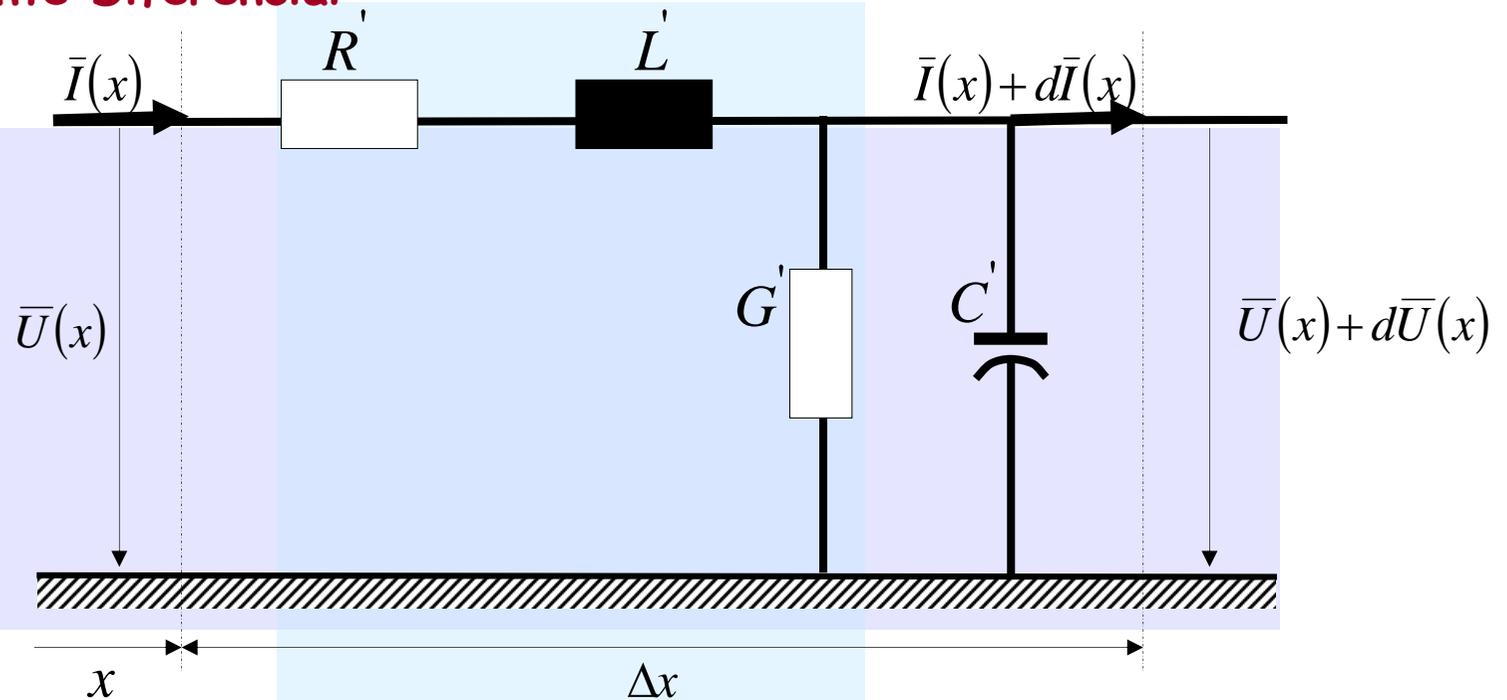


- Resistencia de línea
- Inductancia : flujo magnético
- Capacidad : campo eléctrico



Líneas de Transmisión (V)

Modelo Equivalente Diferencial



Modelo Equivalente Diferencial con Parámetros Distribuidos

Suponemos valores dados:

- R' : resistencia de línea [Ω/km]
- L' : inductancia serie de línea [H/km]
- G' : conductancia paralelo [S/km]
- C' : capacitancia paralelo [F/km]



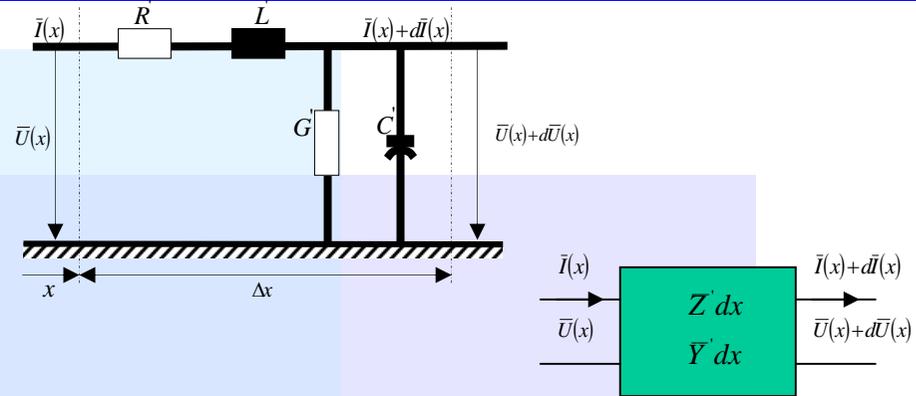
Líneas de Transmisión (VI)

Impedancia serie:

$$\bar{Z}' = (R' + j\omega L') \longrightarrow \bar{Z} = \bar{Z}' \Delta x$$

Admitancia paralelo:

$$\bar{Y}' = (G' + j\omega C') \longrightarrow \bar{Y} = \bar{Y}' \Delta x$$



Para los Voltajes y Corrientes se tiene (esquema de tetrapolo elemental de largo dx):

$$\begin{aligned} \bar{U}(x) - [\bar{U}(x) + d\bar{U}(x)] &= \bar{Z}' \Delta x \bar{I}(x) \\ \bar{I}(x) - [\bar{I}(x) + d\bar{I}(x)] &= \bar{Y}' \Delta x [\bar{U}(x) + d\bar{U}(x)] \end{aligned} \quad \Delta x \rightarrow 0 \quad \begin{aligned} \frac{d\bar{U}(x)}{dx} &= - (R' + j\omega L') \bar{I}(x) \\ \frac{d\bar{I}(x)}{dx} &= - (G' + j\omega C') \bar{U}(x) \end{aligned}$$

Eliminando respectivamente Voltajes y Corrientes se tiene la ecuación general de onda:

$$\frac{d^2 \bar{U}(x)}{dx^2} = \bar{\gamma}^2 \bar{U}(x) \longrightarrow \frac{d^2 \bar{I}(x)}{dx^2} = \bar{\gamma}^2 \bar{I}(x) \quad \bar{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$$

constante de propagación
constante de atenuación
constante de fase



Líneas de Transmisión (VII)

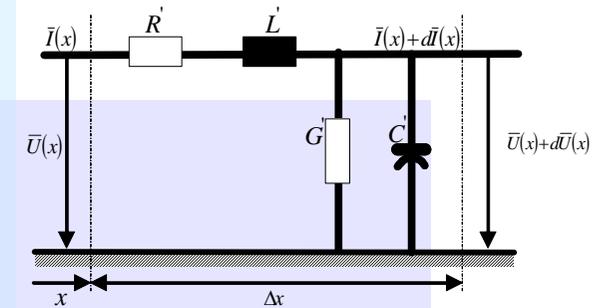
Solución de la ecuación diferencial

valores iniciales $\bar{I}(0), \bar{U}(0)$

$$\bar{U}(x) = \bar{U}(0) \cosh(\bar{\gamma}x) - \bar{Z}_w \bar{I}(0) \sinh(\bar{\gamma}x)$$

$$\bar{I}(x) = \bar{I}(0) \cosh(\bar{\gamma}x) - \frac{\bar{U}(0)}{\bar{Z}_w} \sinh(\bar{\gamma}x)$$

$$\bar{Z}_w = \sqrt{\frac{(R' + j\omega L')}{(G' + j\omega C')}}$$



$$\frac{d^2 \bar{U}(x)}{dx^2} = \bar{\gamma}^2 \bar{U} \longrightarrow \frac{d^2 \bar{I}(x)}{dx^2} = \bar{\gamma}^2 \bar{I}$$

Potencia aparente por fase en el punto x .

$$\bar{S}(x) = \bar{P}(x) + j\bar{Q}(x) = \bar{U}(x) \bar{I}^*(x)$$



Líneas de Transmisión (VII)

Solución de la ecuación diferencial ?

valores iniciales $\bar{I}(0), \bar{U}(0)$

$$\bar{U}(x) = \bar{U}(0) \cosh(\gamma x) - \bar{Z}_w \bar{I}(0) \sinh(\gamma x)$$

$$\bar{I}(x) = \bar{I}(0) \cosh(\gamma x) - \frac{\bar{U}(0)}{\bar{Z}_w} \sinh(\gamma x)$$

$$\bar{Z}_w = \sqrt{\frac{(R' + j\omega L')}{(G' + j\omega C')}}}$$

Potencia aparente por fase en el punto x.

$$\bar{S}(x) = \bar{P}(x) + j\bar{Q}(x) = \bar{U}(x) \bar{I}^*(x)$$

Para cada punto x se puede definir un voltaje y una corriente.

$\bar{U}(x)$

Recordando:

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

\bar{I}

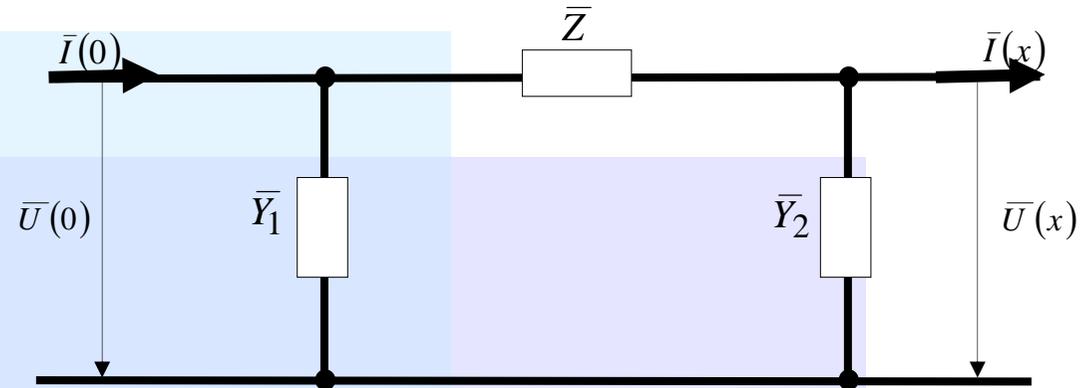


Líneas de Transmisión (VIII)

Modelo equivalente monofásico

$$\begin{aligned}\bar{U}(x) &= \bar{U}(0) - \bar{Z} [\bar{I}(0) - \bar{Y}_1 \bar{U}(0)] \\ &= \bar{U}(0) [1 + \bar{Z} \bar{Y}_1] - \bar{Z} \bar{I}(0)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}(x) &= \bar{I}(0) - \bar{Y}_1 \bar{U}(0) - \bar{Y}_2 \bar{U}(x) \\ &= \bar{I}(0) [1 + \bar{Z} \bar{Y}_2] - \bar{U}(0) [\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Z} \bar{Y}_1 \bar{Y}_2]\end{aligned}$$



Comparando coeficientes

$$[1 + \bar{Z} \bar{Y}_1] = [1 + \bar{Z} \bar{Y}_2] = \cosh(\bar{\gamma}x)$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_w \sinh(\bar{\gamma}x)$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_w \sinh(\bar{\gamma}x)$$

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_2 = \frac{1}{\bar{Z}_w} \frac{\cosh(\bar{\gamma}x) - 1}{\sinh(\bar{\gamma}x)} = \frac{1}{\bar{Z}_w} \tanh\left(\frac{\bar{\gamma}x}{2}\right)$$

$$[\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Z} \bar{Y}_1 \bar{Y}_2] = \frac{1}{\bar{Z}_w} \sinh(\bar{\gamma}x)$$



Líneas de Transmisión (IX)

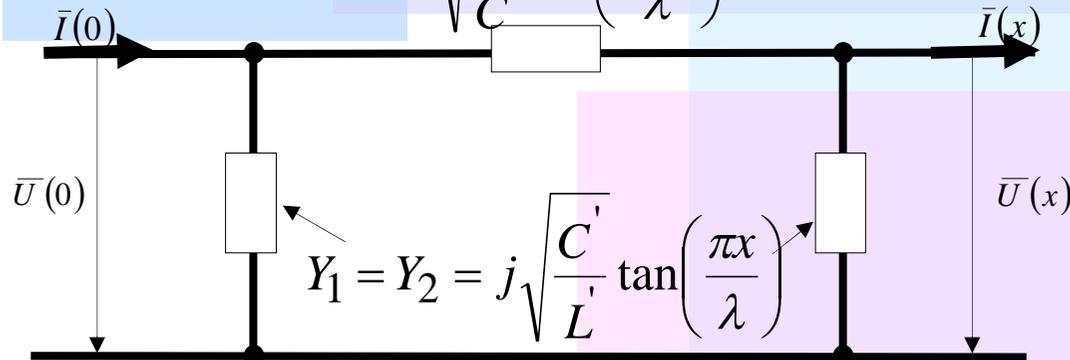
Caso de línea sin pérdidas

$$R' = G' = 0$$

$$\bar{Z}_w = \bar{R}_w = \sqrt{\frac{j\omega L'}{j\omega C'}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{(j\omega L')(j\omega C')} = j\beta = j\omega\sqrt{L'C'}$$

$$\bar{Z} = j\sqrt{\frac{L'}{C'}} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$



Modelo Equivalente para una línea sin pérdidas óhmicas

$$\bar{U}(x) = \bar{U}(0)\cos(\beta x) - j\bar{R}_w\bar{I}(0)\sin(\beta x)$$

$$\bar{I}(x) = \bar{I}(0)\cos(\beta x) - j\frac{\bar{U}(0)}{\bar{R}_w}\sin(\beta x)$$

Corriente y voltaje varían en forma periódica a través de la línea con longitud de onda:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{f\sqrt{L'C'}}$$

Para $f=50$ Hz $\rightarrow \lambda \sim 6000$ km.

$\text{largo} < \lambda/2 \rightarrow Z$ inductivo $\rightarrow Y$ capacitivo

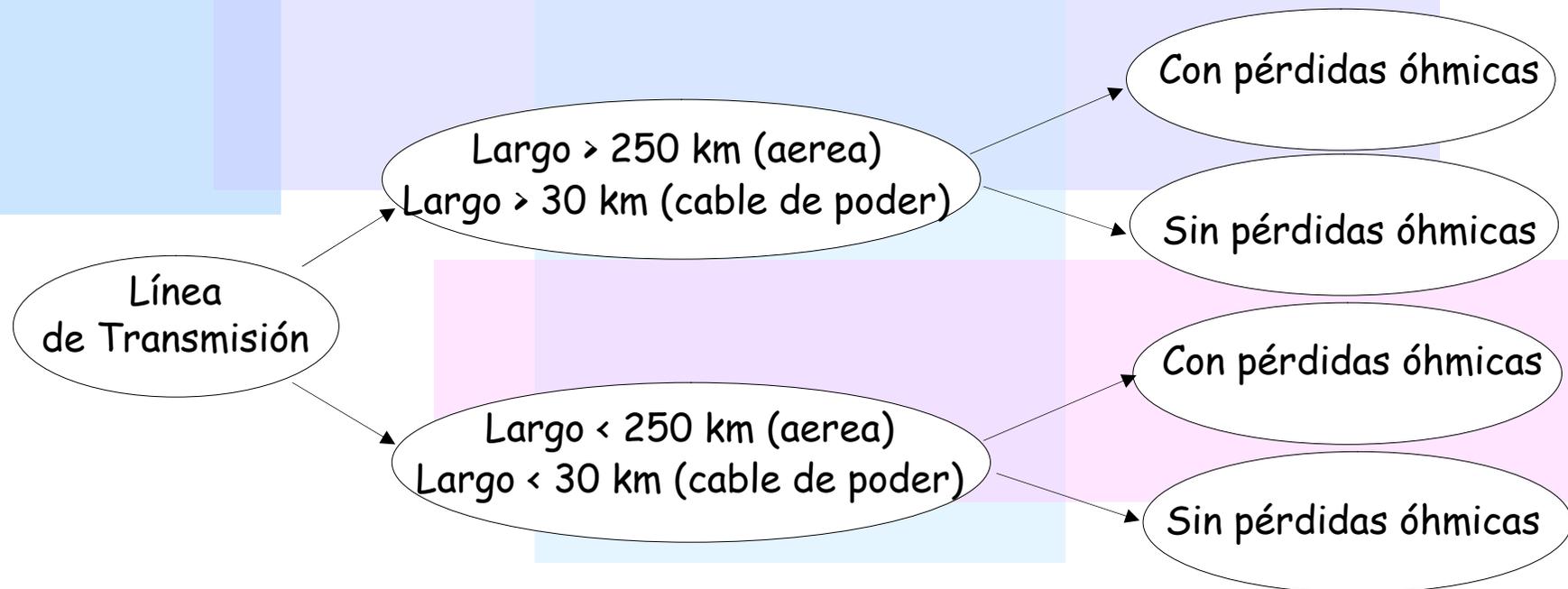


Líneas de Transmisión (X)

Caso de línea corta (largo < 250 km en línea aérea, largo < 30 km en cable de poder)

$$\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \approx \frac{2\pi x}{\lambda}; \tan\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) \approx \frac{\pi x}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \bar{Z} &= j\sqrt{\frac{L'}{C'}} \frac{2\pi x}{\lambda} = j\omega L'x \\ Y_1 = Y_2 &= j\sqrt{\frac{C'}{L'}} \frac{\pi x}{\lambda} = j\frac{\omega C'}{2}x \end{aligned}$$

Resumen de modelos PI equivalentes con distintos grados de simplificación (I)





Líneas de Transmisión (XI)

Resumen de modelos PI equivalentes con distintos grados de simplificación (Líneas Largas)

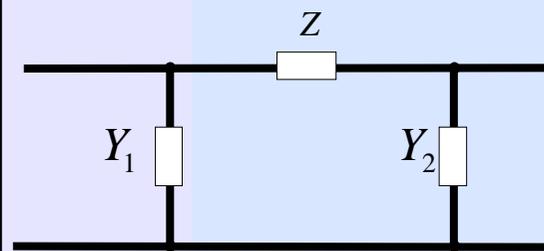
Líneas
Largas y cables

Modelo
Equivalente
General

Modelo
Equivalente
sin Pérdidas

Aerea
 $l > 250 \text{ km}$

Cable de Poder
 $l > 30 \text{ km}$



sin Pérdidas



$$r = g = 0$$

$$Z = Z_w \sinh(\gamma l)$$

$$Y_1 = Y_2 = \frac{1}{Z_w} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)$$

$$Z = jX_w \sinh\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)$$

$$Y_1 = Y_2 = \frac{1}{X_w} \tanh\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)$$

$$Z_w = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}}$$

$$X_w = \sqrt{\frac{l}{c}}$$

$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{lc}}$$



Líneas de Transmisión (XI)

Resumen de modelos PI equivalentes con distintos grados de simplificación (Líneas Largas)

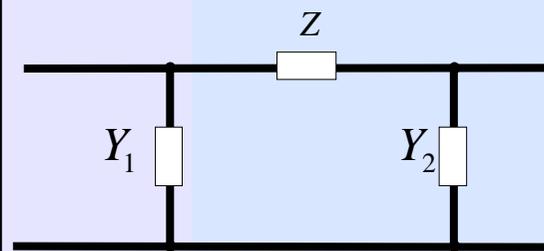
Líneas
Largas y cables

Modelo Equivalente
General

Modelo Equivalente
sin Pérdidas

Aerea
 $l > 250 \text{ km}$

Cable de Poder
 $l > 30 \text{ km}$



$$Z = Z_w \sinh(\gamma l)$$

$$Y_1 = Y_2 = \frac{1}{Z_w} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)$$

$$Z_w = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}}$$

$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)}$$

Sin Pérdidas $r = g = 0$

$$Z = jX_w \sinh\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)$$

$$Y_1 = Y_2 = \frac{1}{X_w} \tanh\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)$$

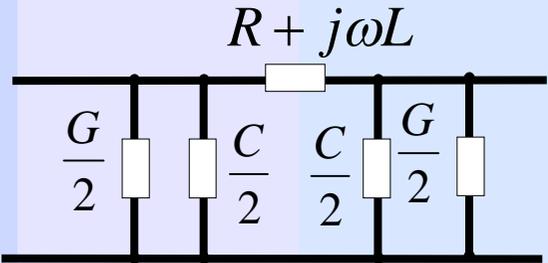
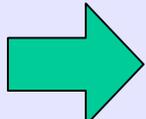
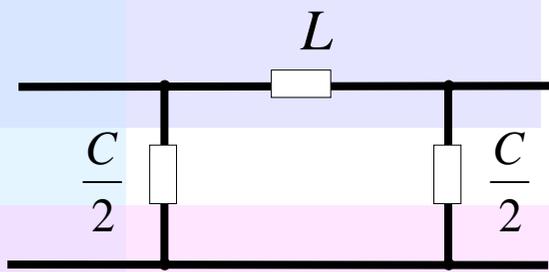
$$X_w = \sqrt{\frac{l}{c}}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{lc}}$$



Líneas de Transmisión (XII)

Resumen de modelos PI equivalentes con distintos grados de simplificación (Líneas Cortas)

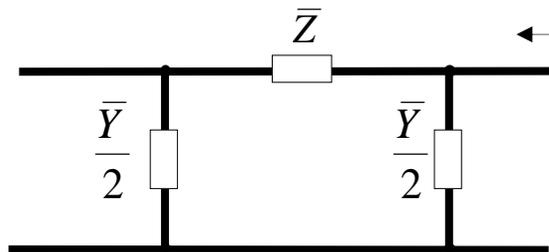
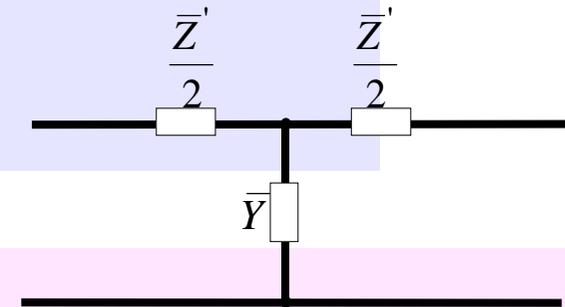
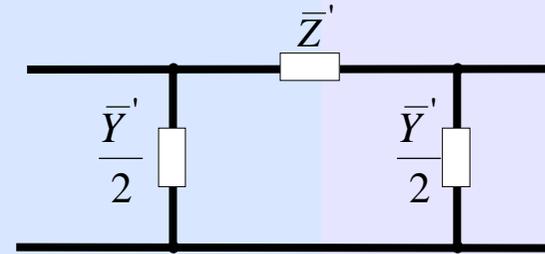
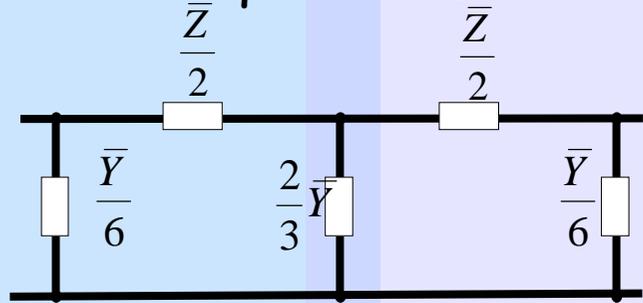
Líneas Cortas	Modelo Equivalente General	Modelo Equivalente sin Pérdidas
$\frac{\gamma x}{2}$ pequeño $\rightarrow x < 0.05\lambda$	$\sinh(\gamma l) \rightarrow \gamma l, \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \rightarrow \frac{\gamma l}{2}$	$\sinh\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right) \rightarrow \frac{2\pi l}{\lambda}, \tanh\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right) \rightarrow \frac{\pi l}{\lambda}$
<p>Aerea $l < 250 \text{ km}$</p> <p>Cable de Poder $l < 30 \text{ km}$</p>	 $G = G'l \quad C = C'l$ $R = R'l \quad L = L'l$ $\bar{Z} = R + j\omega L$ $Y_1 = Y_2 = \frac{G}{2} + j\frac{\omega C}{2}$	<p>Sin Pérdidas  $r = g = 0$</p>  $\bar{Z} = j\omega L$ $Y_1 = Y_2 = j\frac{\omega C}{2}$



Líneas de Transmisión (XIII)

Otros Circuitos Equivalentes

Dependiendo de la cantidad de carga, longitud y tipo de conductor, los parámetros de una línea se comportan de manera distinta --> necesidad/posibilidad de distintos circuitos equivalentes.



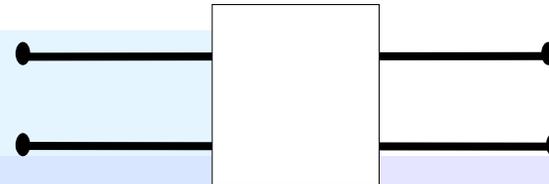
- PI exacto
- Texacto
- doble PI
- (Steimnetz)
- PI nominal
- Impedancia Serie



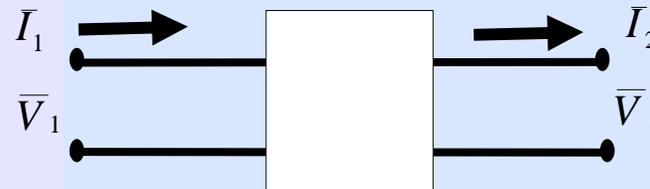
Líneas de Transmisión (XIV)

Redes Radiales: Tetrapolos

Un tetrapolo es un circuito de la forma



Utilizaremos los tetrapolos lineales pasivos para representar los parámetros fundamentales de elementos de tipo rama.



Parámetros ABCD, fórmulas de transferencia

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

Parámetros no
independientes

$$\bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = 1$$

- Definición
- Potencia
- Tetrapolos sencillos



Líneas de Transmisión (XV)

Parámetros de Línea

Los parámetros de línea dependen de la configuración y material conductor utilizado

$$r [\Omega / km], \quad g [S / km, mho / km], \quad l [H / km], \quad g [F / km]$$

Medidas normalizadas

Las dimensiones de los conductores son entregadas en forma normalizada por los fabricantes

norma métrica --> sección mm²

norma norteamericana --> sección en CM

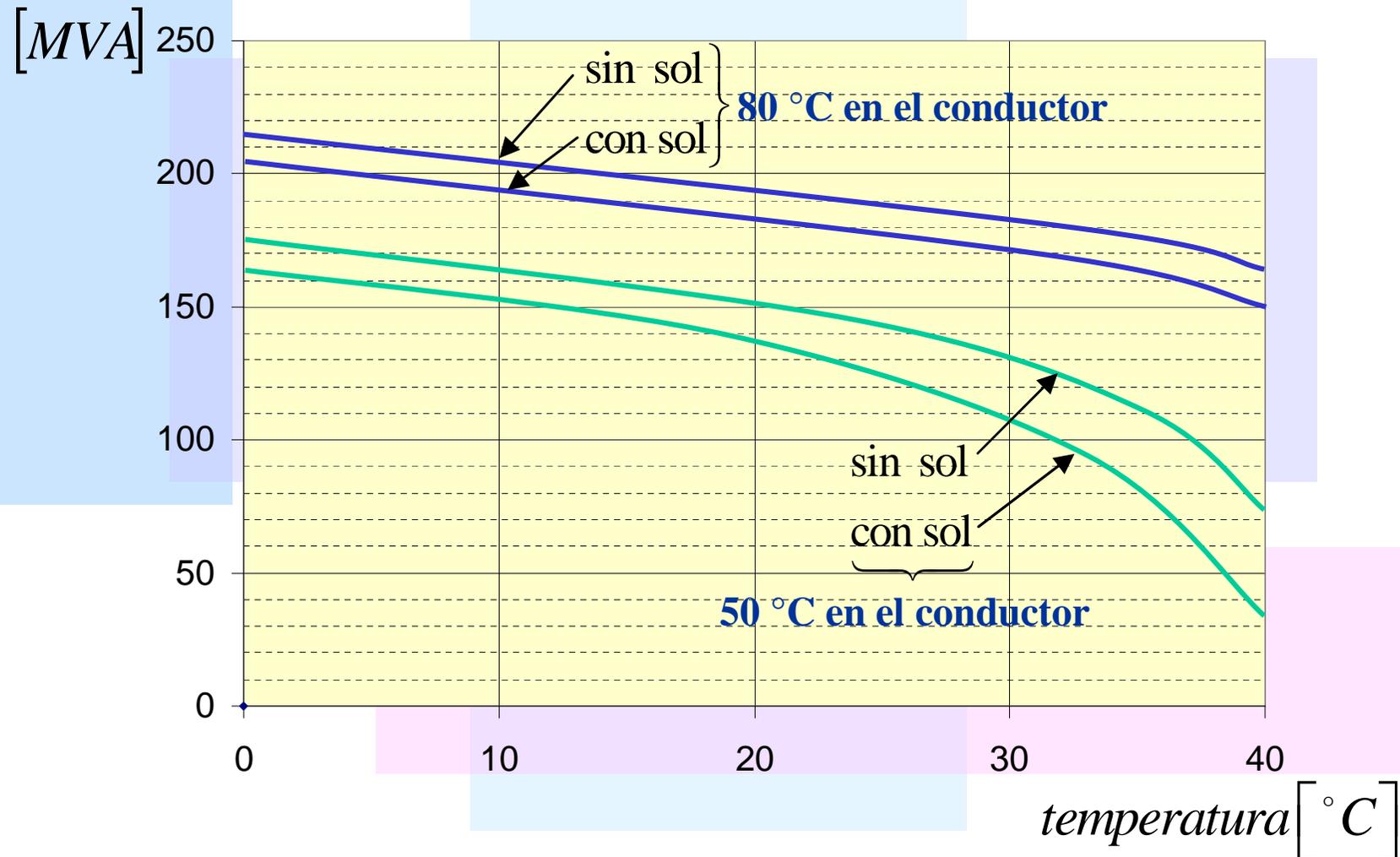
1 CM = 1 circular mil = área de círculo de diámetro 1 milésimo de pulgada

1 MCM = 1 mil circular mil = 1000 CM



Líneas de Transmisión (XVI)

Capacidad Térmica de una Línea de Transmisión





Líneas de Transmisión (XVII)

1. Resistencia de línea $R' [\Omega/km]$

La resistencia de línea es responsable de pérdidas de potencia activa de una línea, teniendo poca influencia sobre la capacidad de transmisión de una línea.

$$R' = \frac{\rho}{A}$$

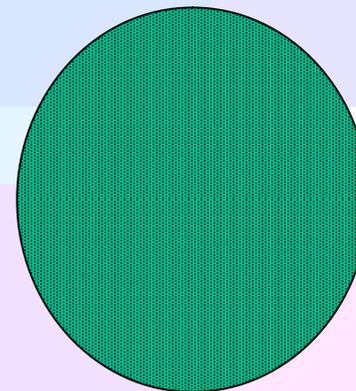
ρ ← resistividad [$\Omega \text{ mm}^2/km$]
 A ← sección efectiva [mm^2] **Al/St 305/40.**

Valores son función de: material, dimensiones (trenzado), temperatura, frecuencia (efecto pelicular).

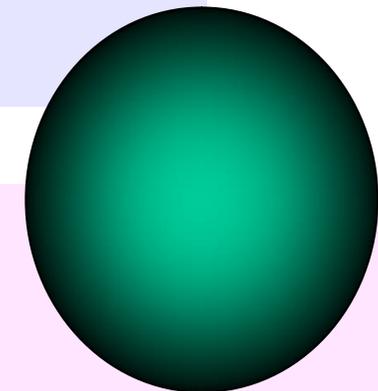
Material	Resistividad [$\text{Ohm mm}^2/km$]
Cu	17,24-17,80
Al	28,70
Aluminio/Acero 240/40	30,00-36,00

Nivel de Tensión [kV]	$R' [\text{Ohm/km}]$
20	0.3...0.6
110	0.15...0.2
220	0.09
380	0.03

Valores
Típicos



distribución
corriente continua



distribución
corriente alterna



Líneas de Transmisión (XVIII)

2. Conductancia Paralelo $G' [S/km, mho/km]$

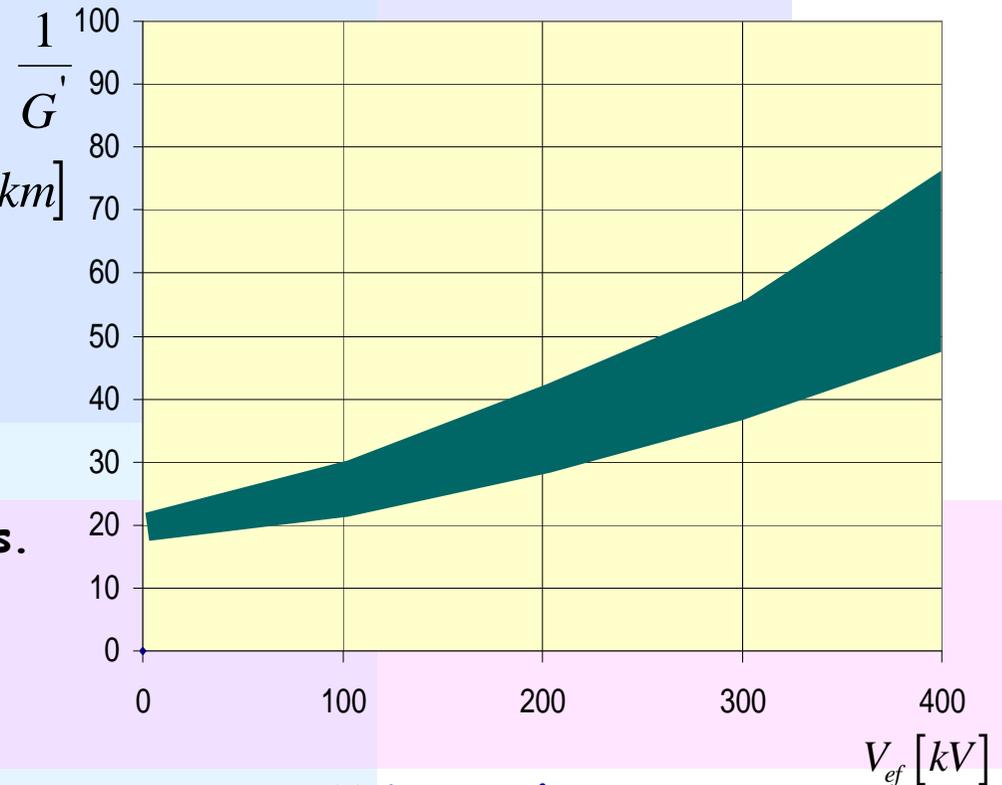
G' no puede ser calculada en forma analítica. Factores que influyen: aisladores o fuga aislación, geometría, condiciones climáticas, voltaje de operación.

Efecto Corona:

$$P_{Corona} = \left(\frac{U_B}{\sqrt{3}} \right)^2 G'$$

Pérdidas corona por fase

$\frac{1}{G'} [M\Omega km]$



En general G' se desprecia en líneas aéreas. U_B se refiere a la tensión nominal.

Valores Típicos