



Escuela de
Ingeniería
Universidad
de Chile



EL 57A SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

Clase 7: Componentes de Sistemas de Potencia: Parámetros de Líneas de Transmisión

**Luis Vargas
AREA DE ENERGIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA**



Contenido

3. Las componentes de los sistemas eléctricos de potencia

3.1 Introducción

3.2 Generador Síncrono

3.3 Líneas de Transmisión

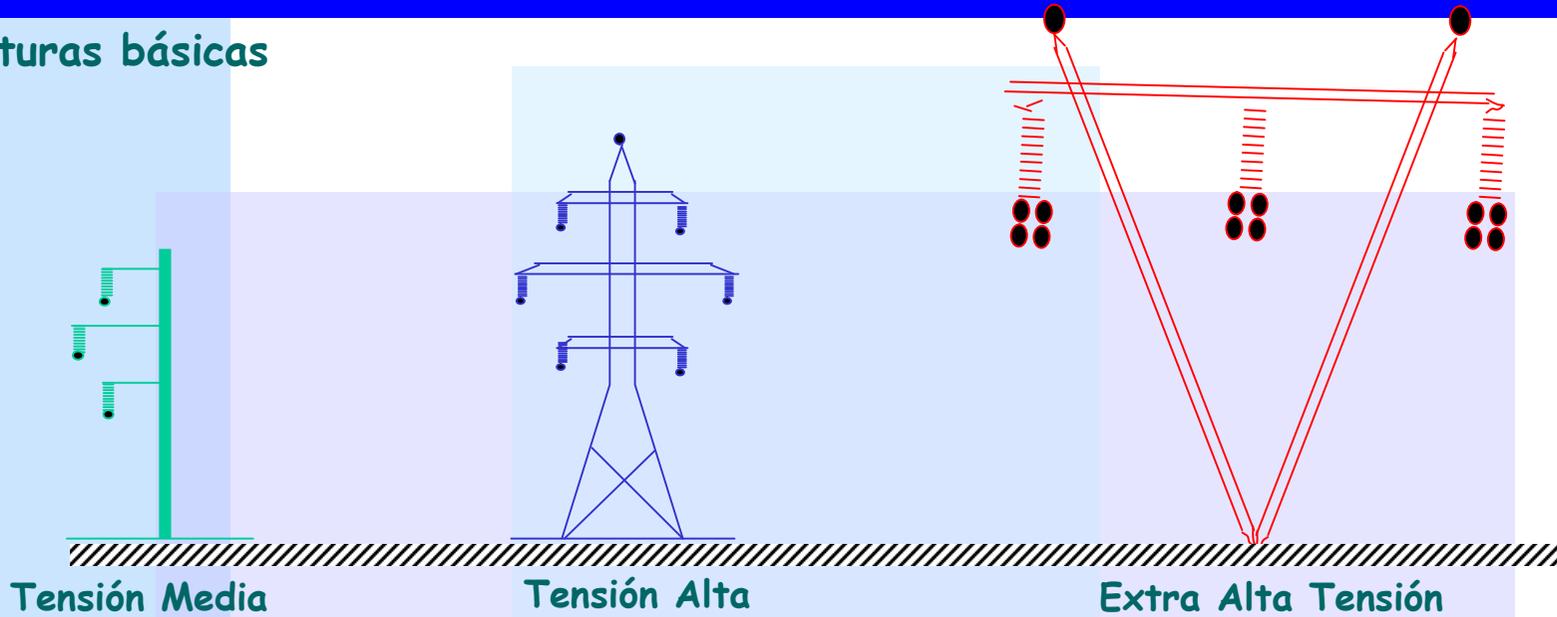
3.4 Transformadores

3.5 Redes de Transmisión y Subestaciones

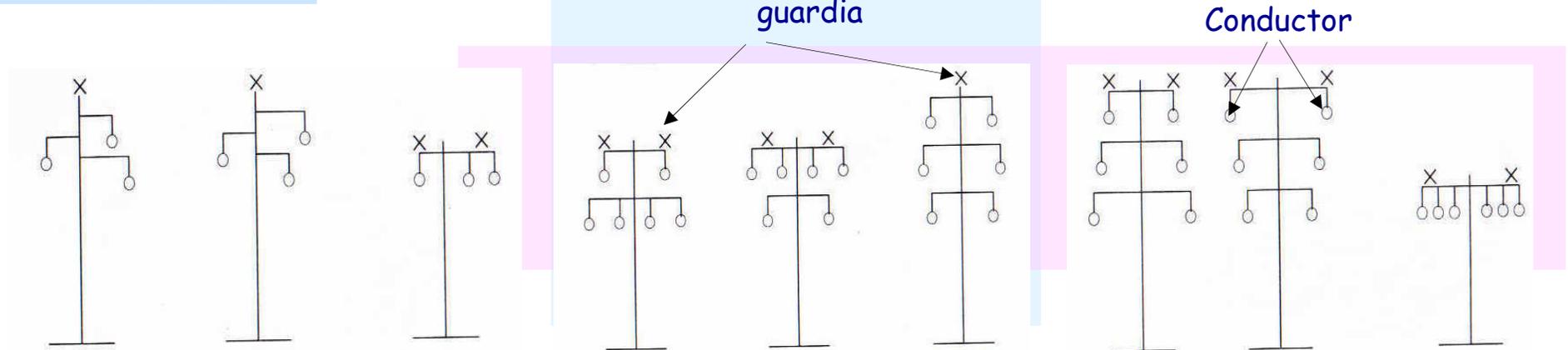


Líneas de Transmisión

Estructuras básicas



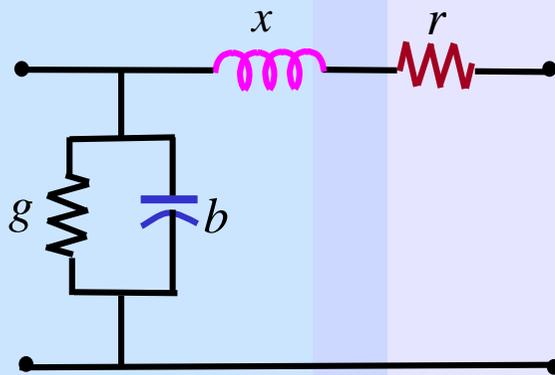
Otros tipos genéricos de estructuras





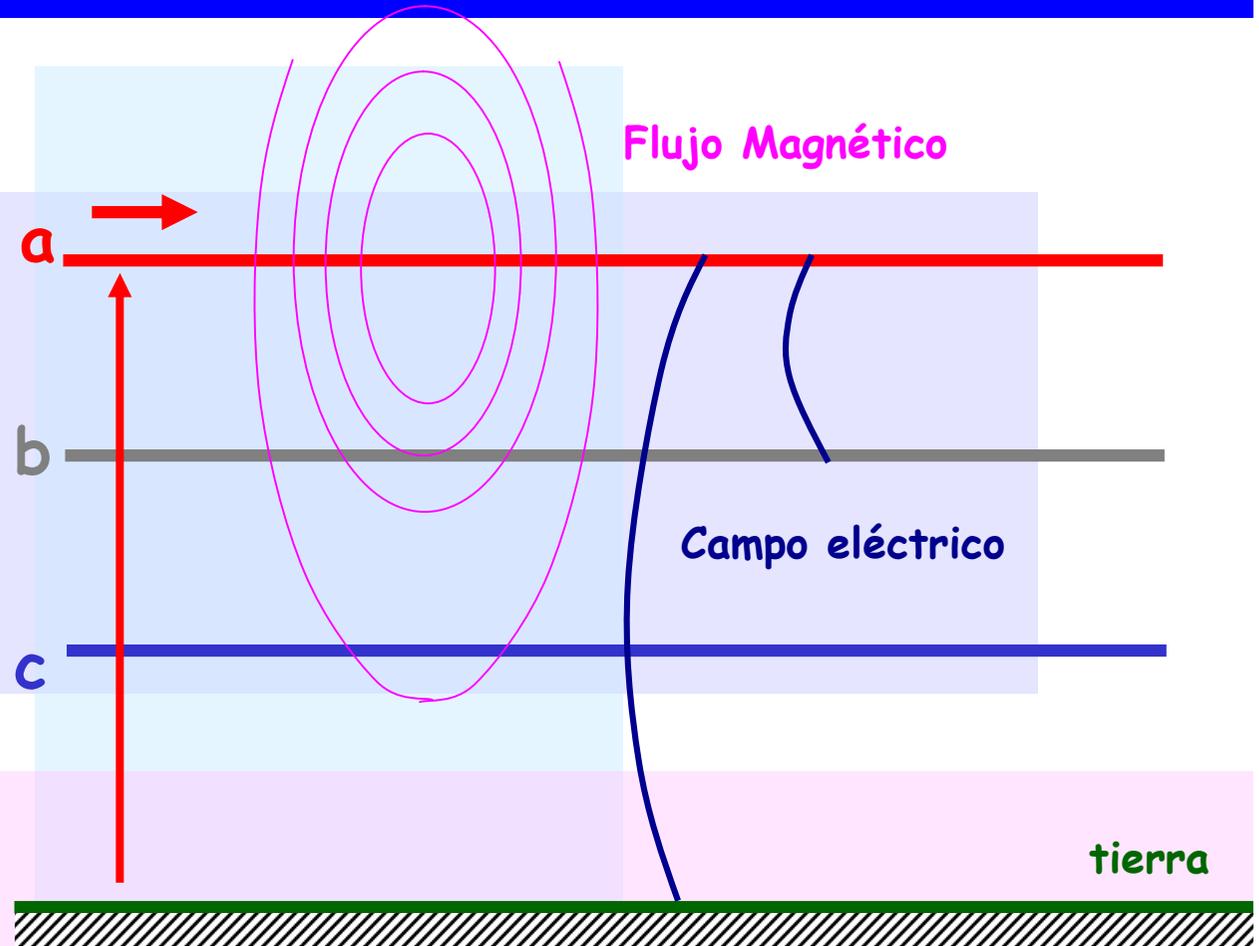
Líneas de Transmisión (IV)

Modelo Equivalente



Modelo equivalente
por unidad de
longitud y fase

- r : resistencia serie
- x : reactancia serie
- g : conductancia paralelo
- b : susceptancia capacitiva

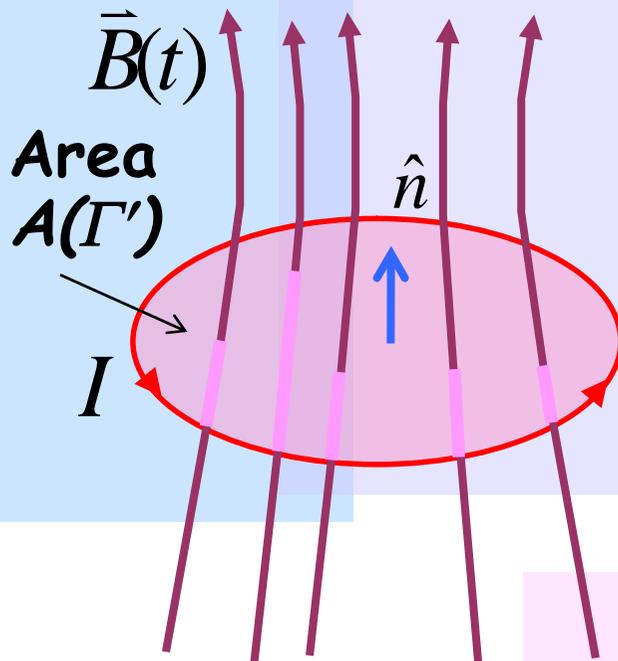


- Resistencia de línea
- Inductancia : flujo magnético
- Capacidad : campo eléctrico



Repaso: Inductancia Propia

Campo producido SOLO por I



Inductancia propia del
circuito

$$L \equiv \frac{\phi}{I}$$

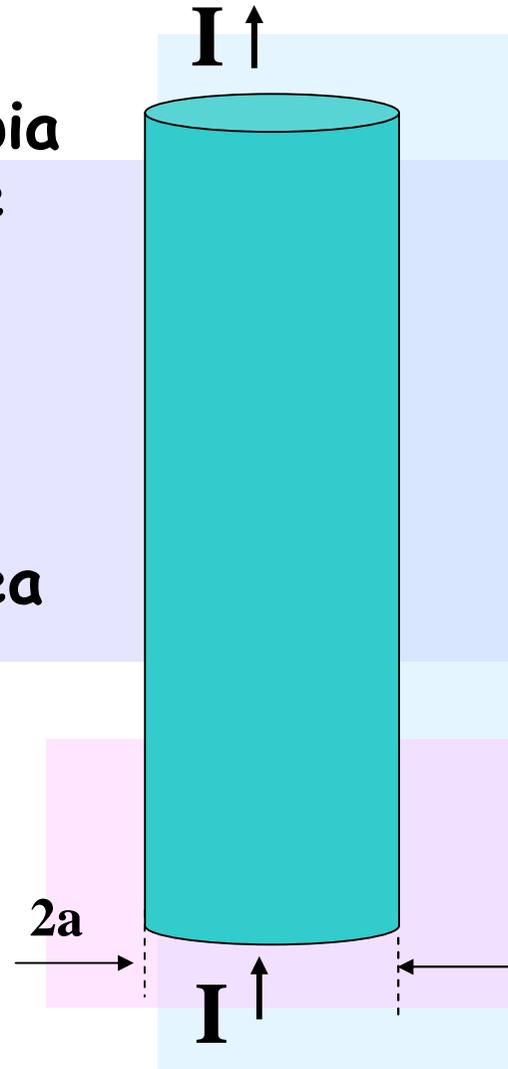
- NO depende de la corriente
- ni del flujo,
- Depende de la geometría
- $[L]=\text{Henry [H]}$



Ejemplo 1

Calcular
inductancia propia
de conductor de
radio a .

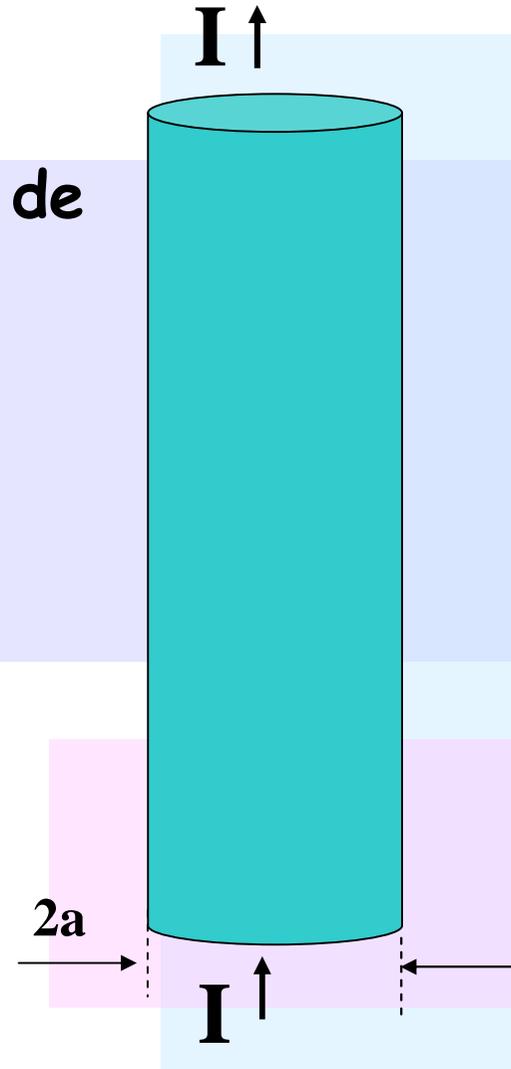
Suponga que la
corriente se
distribuye en
forma homogénea





Ejemplo 1

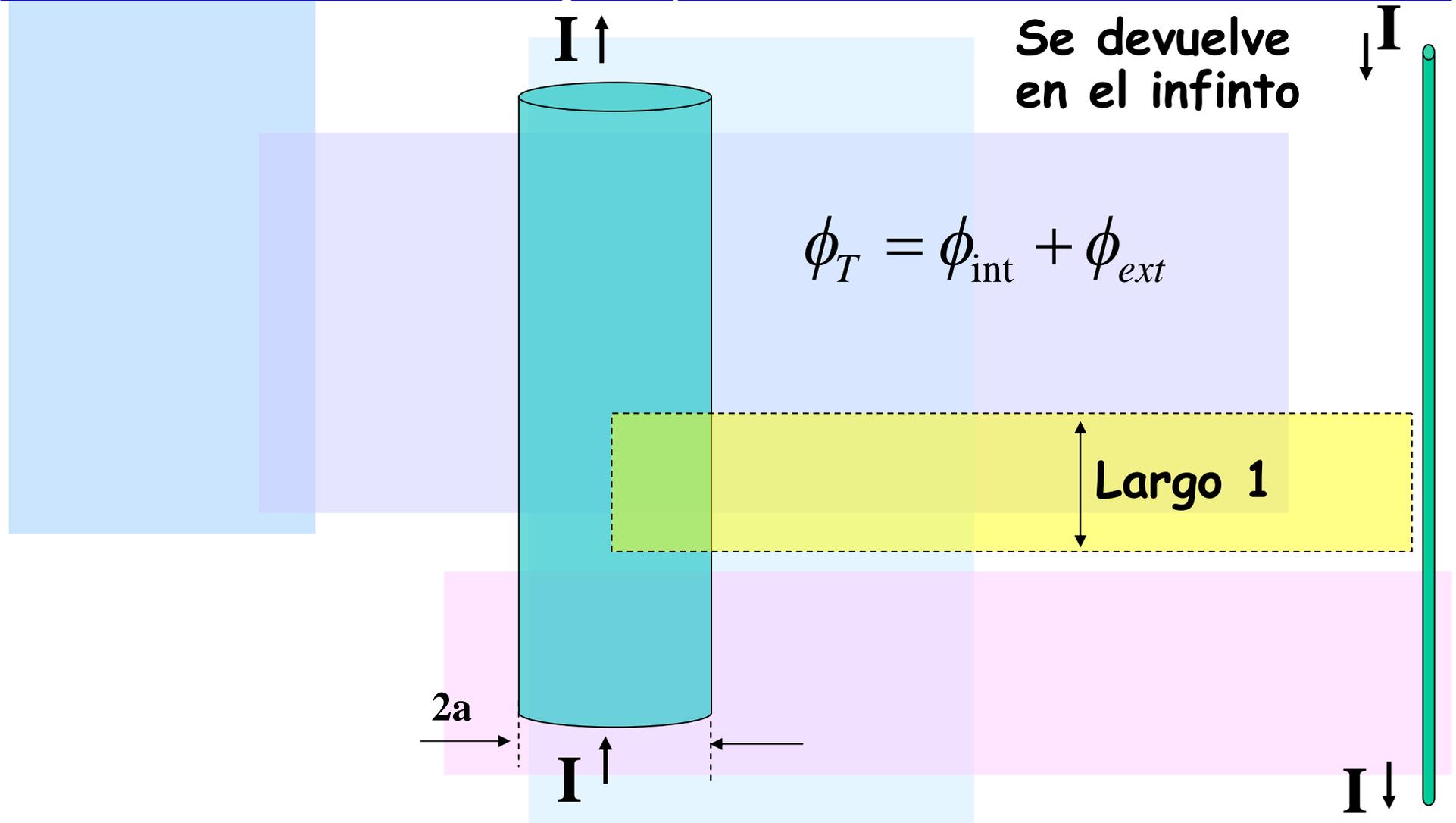
Calcular
inductancia por
unidad de largo de
una línea de
transmisión



$$L \equiv \frac{\phi_T}{I_1}$$



Ejemplo 1

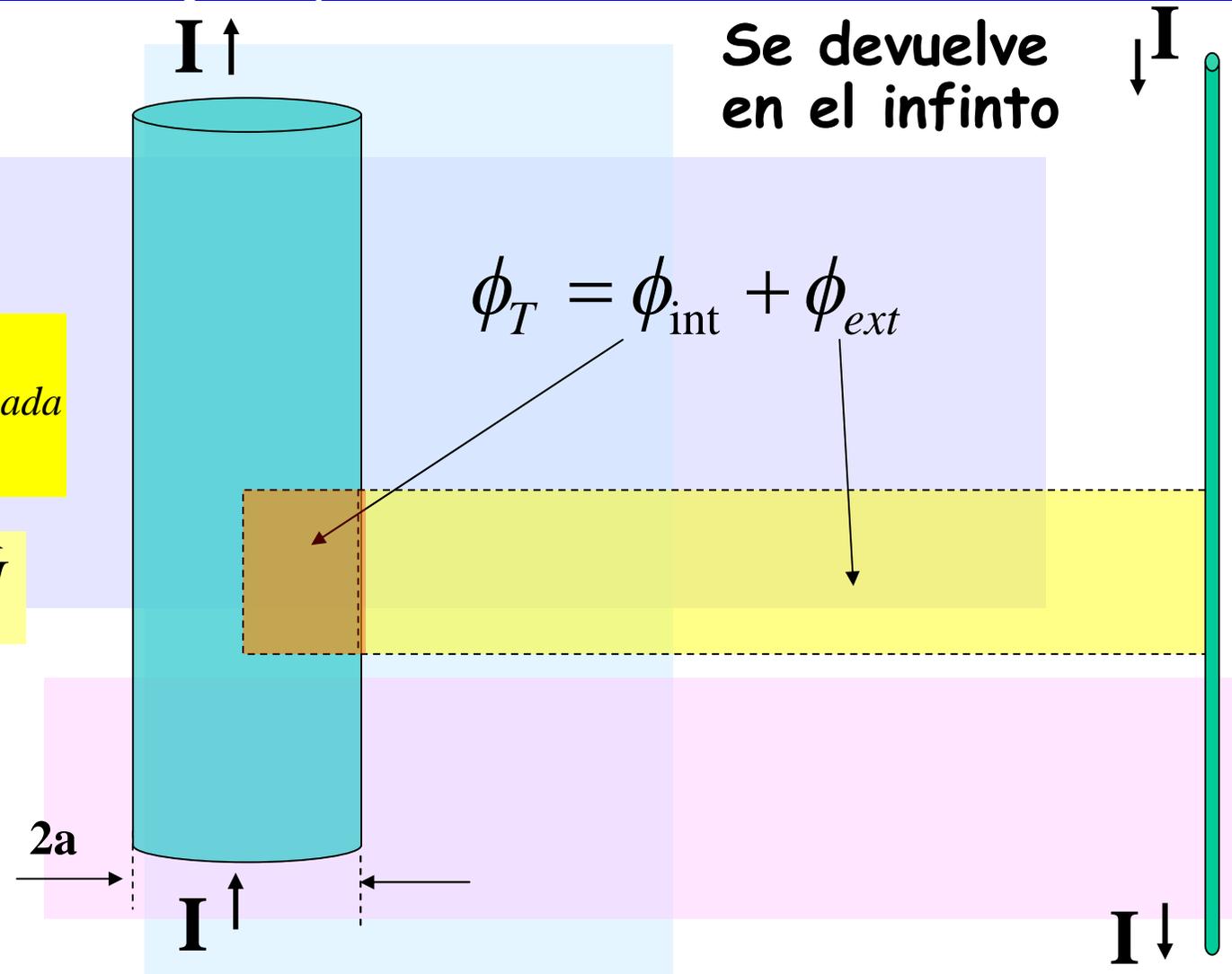




Ejemplo 1

$$\oint_{\Gamma(s)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enlazada}}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$



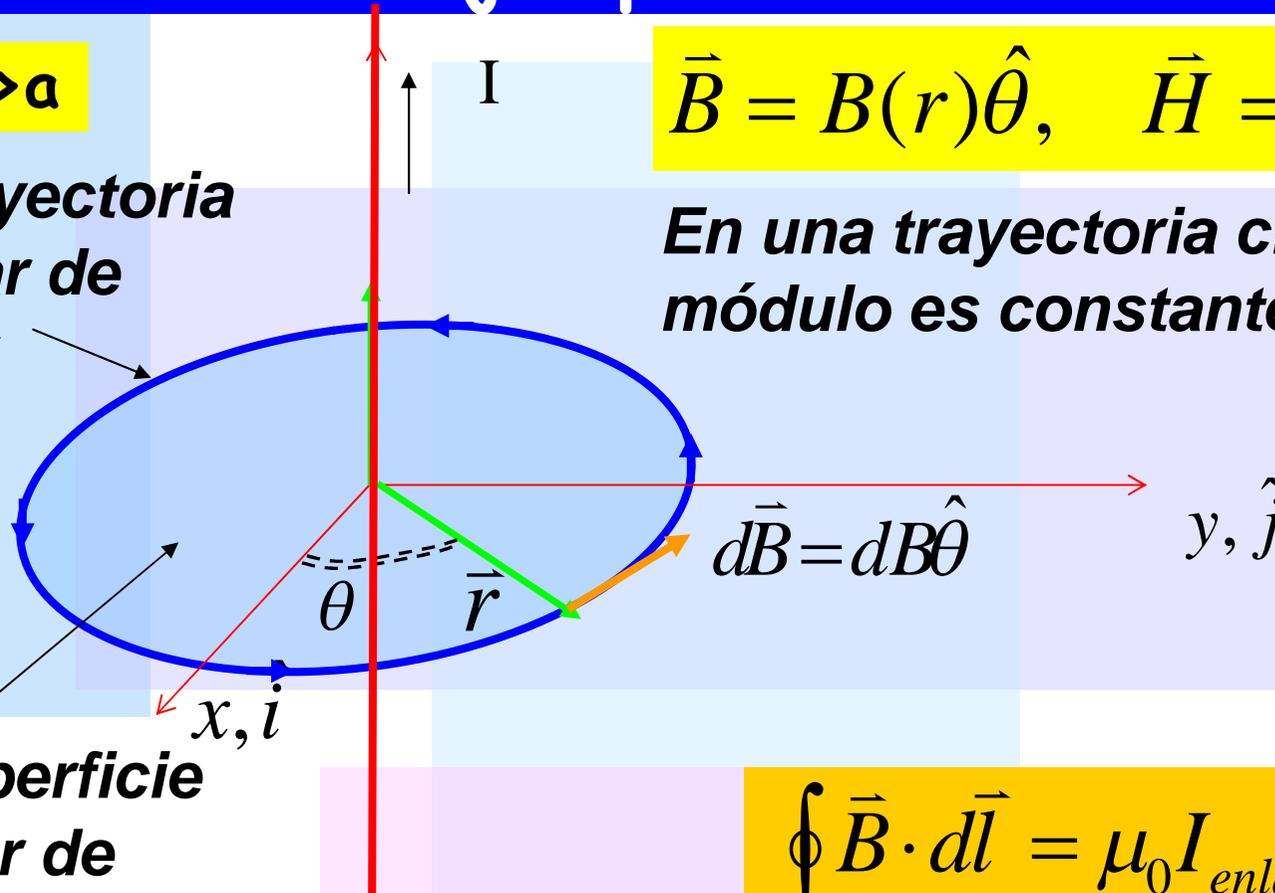


Ejemplo 1

Zona $r > a$

Γ : *trayectoria circular de radio r*

S : *superficie circular de radio r*



$$\vec{B} = B(r)\hat{\theta}, \quad \vec{H} = H(r)\hat{\theta}$$

En una trayectoria circular el módulo es constante

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlazada}(S)$$

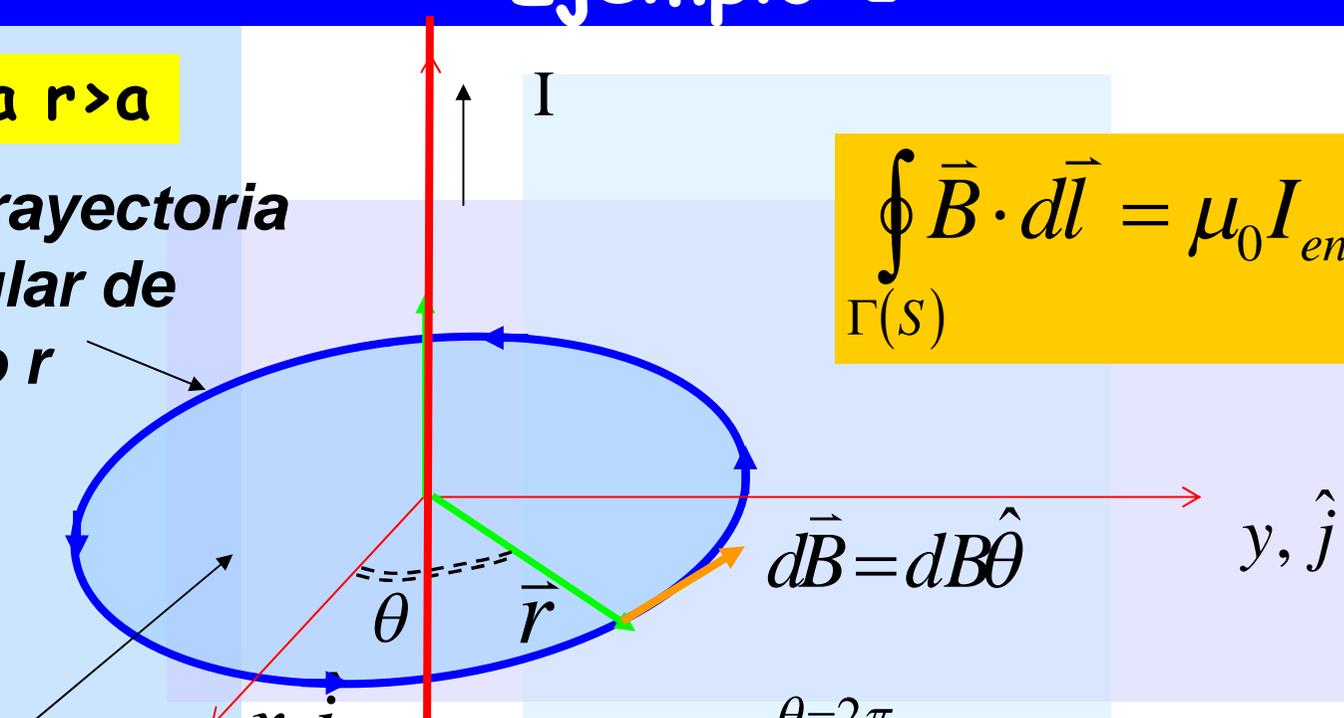


Ejemplo 1

Zona $r > a$

Γ : *trayectoria circular de radio r*

S : *superficie circular de radio r*



$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlazada}(S)$$

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} B(r) \hat{\theta} \cdot r d\theta \hat{\theta} = B(r) r \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} d\theta$$

$$\Rightarrow \oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi B(r) r$$

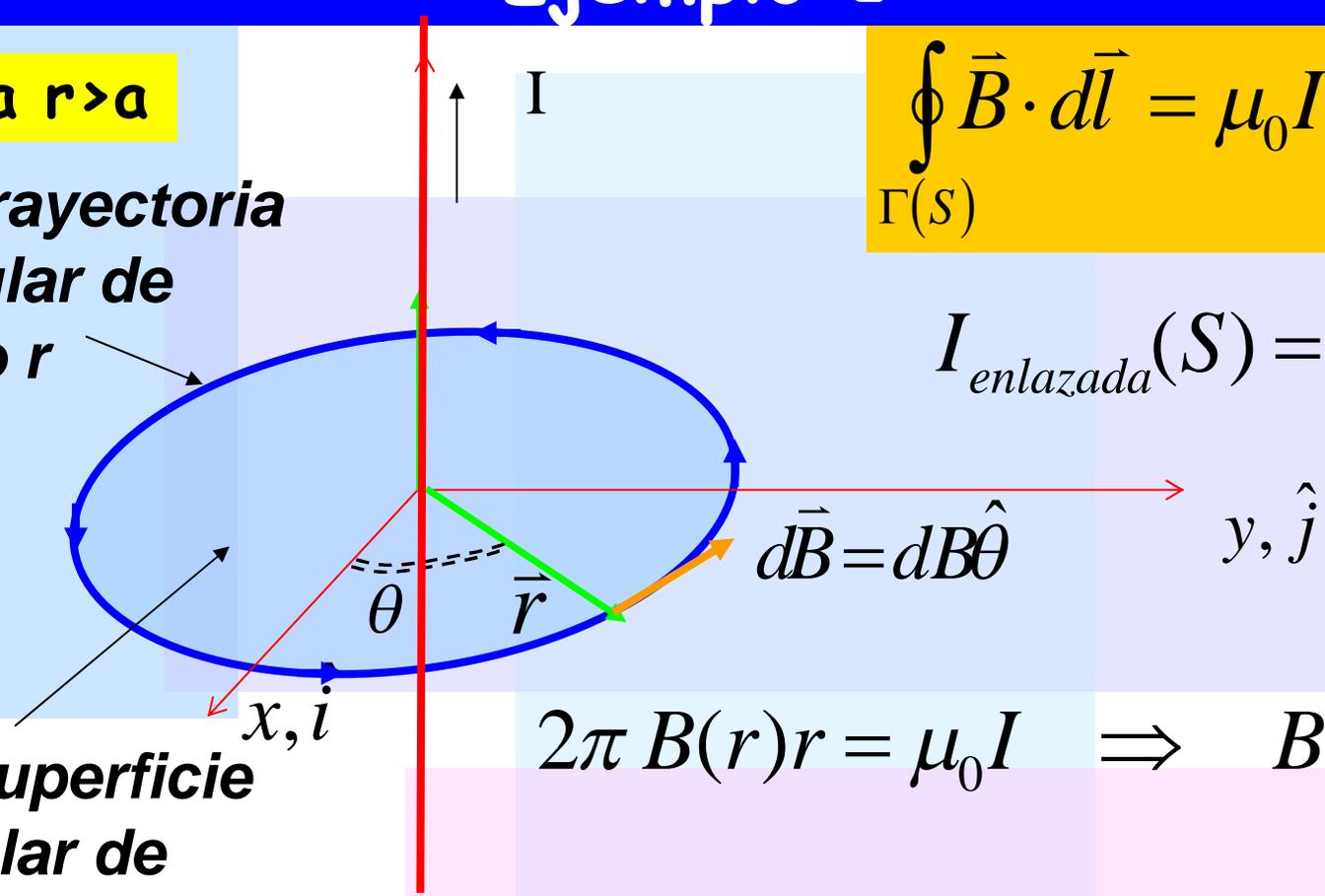


Ejemplo 1

Zona $r > a$

Γ : trayectoria circular de radio r

S : superficie circular de radio r



$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlazada}(S)$$

$$I_{enlazada}(S) = I$$

$$d\vec{B} = dB \hat{\theta} \quad y, \hat{j}$$

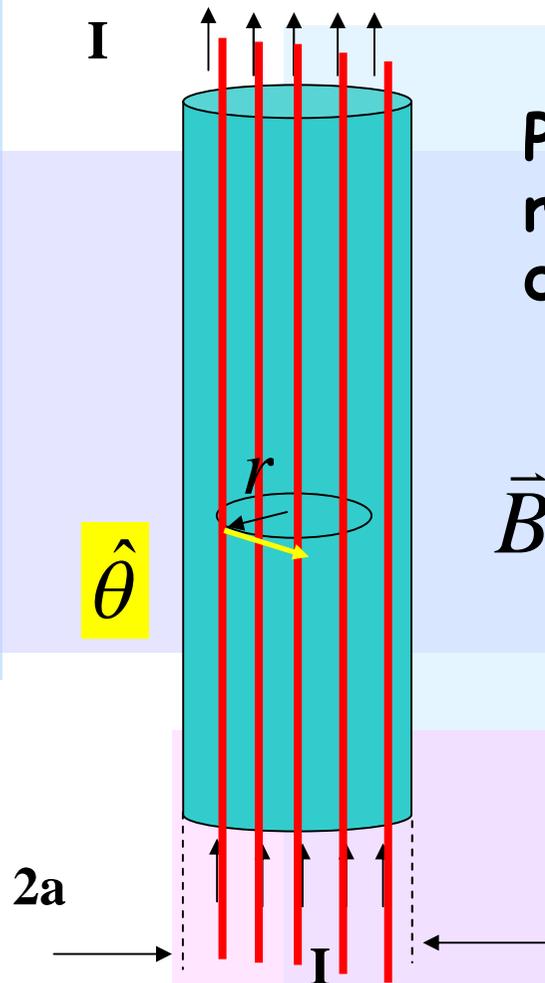
$$2\pi B(r)r = \mu_0 I \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta}$$



Ejemplo 1

Zona $r < a$



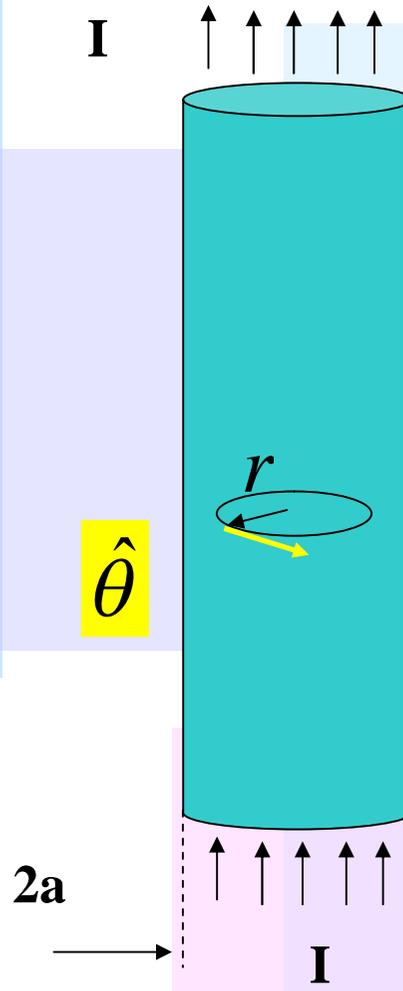
Por simetría, el campo para un radio dado no debiera cambiar de magnitud

$$\vec{B} = B(r)\hat{\theta}, \quad \vec{H} = H(r)\hat{\theta}$$



Ejemplo 1

Zona $r < a$



$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enlazada}(S)$$

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} H(r) \hat{\theta} \cdot r d\theta \hat{\theta}$$

$$= H(r) r \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} d\theta$$

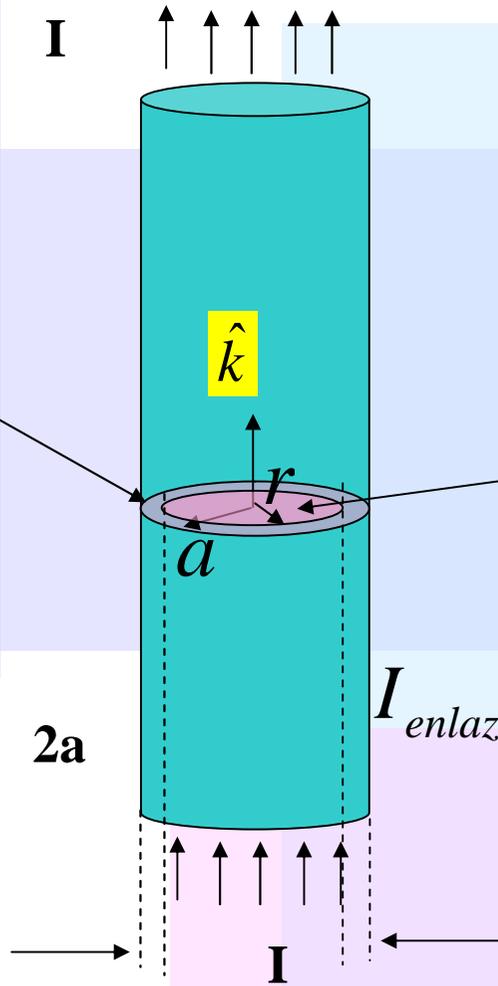
$$\Rightarrow \oint_{\Gamma(S)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2\pi H(r) r$$



Ejemplo 1

Zona $r < a$

A : superficie
circular de
radio a



$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enlazada}(S)$$

$$I_{enlazada}(S) = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{J} = \frac{I}{A} \hat{k}$$

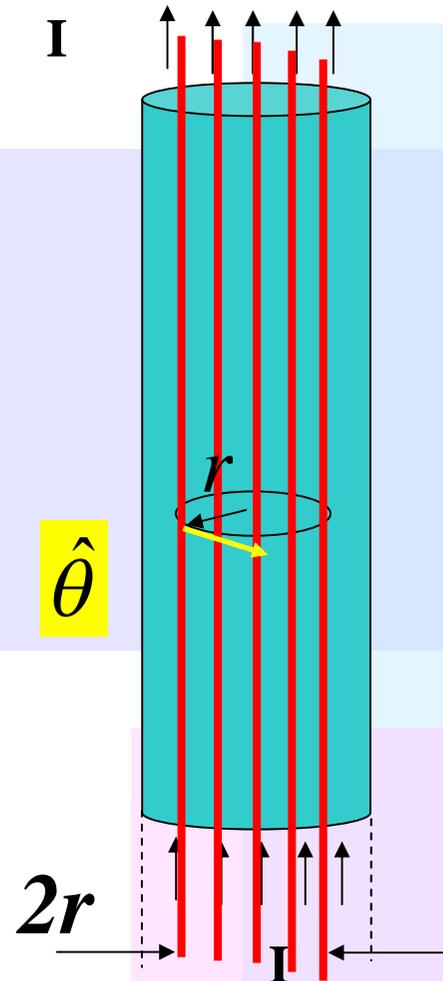
$$I_{enlazada}(S) = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=0}^{r=r} \frac{I}{\pi a^2} \hat{k} r d\theta dr \hat{k}$$

$$I_{enlazada}(S) = \frac{I r^2}{a^2}$$



Ejemplo 1

Zona $r < a$



$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enlazada}(S)$$

$$\Rightarrow 2\pi H(r)r = \frac{Ir^2}{a^2}$$

$$\therefore \vec{H} = \frac{Ir}{2\pi a^2} \hat{\theta}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi a^2} \hat{\theta}$$

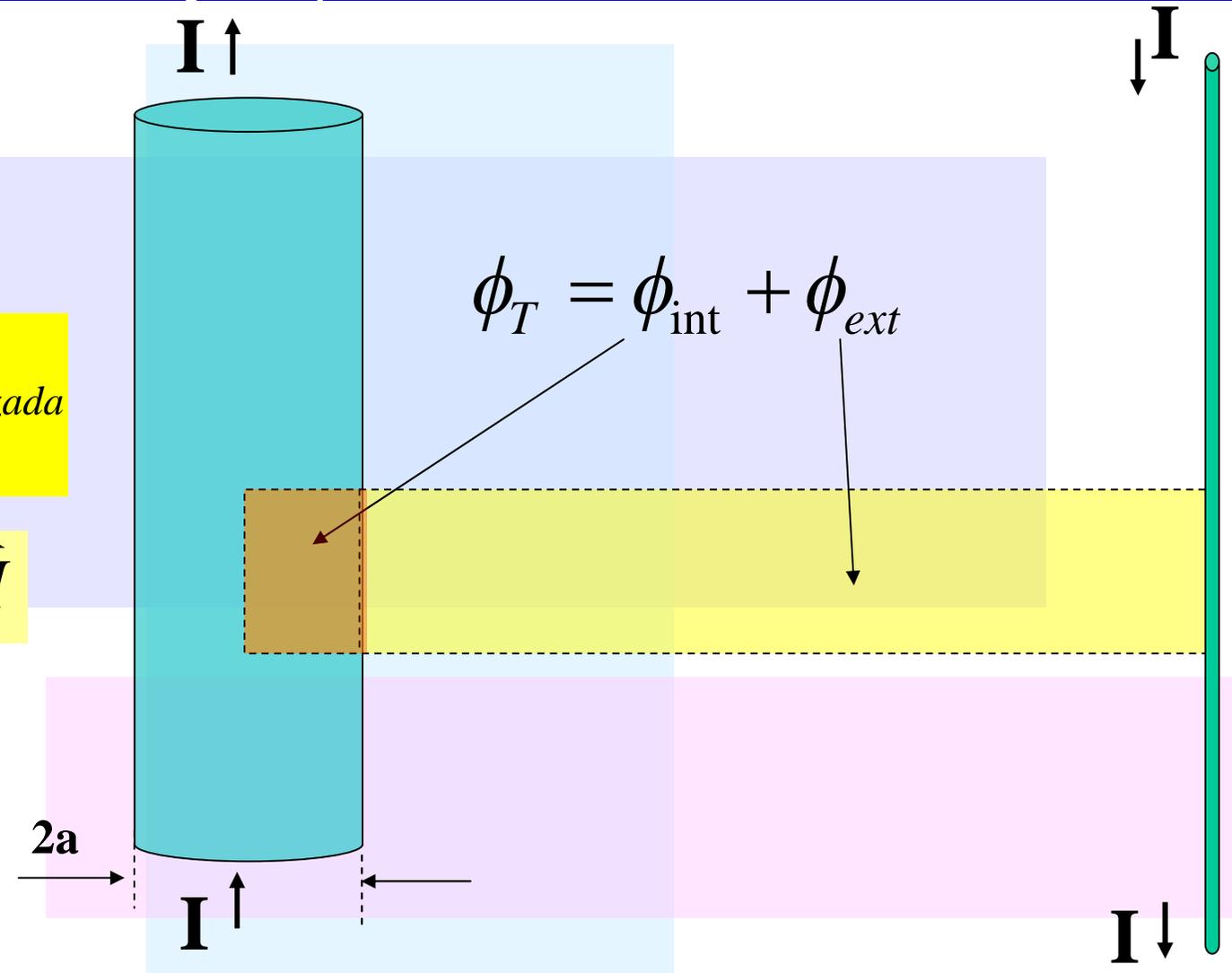


Ejemplo 1

Teniamos

$$\oint_{\Gamma(s)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enlazada}}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

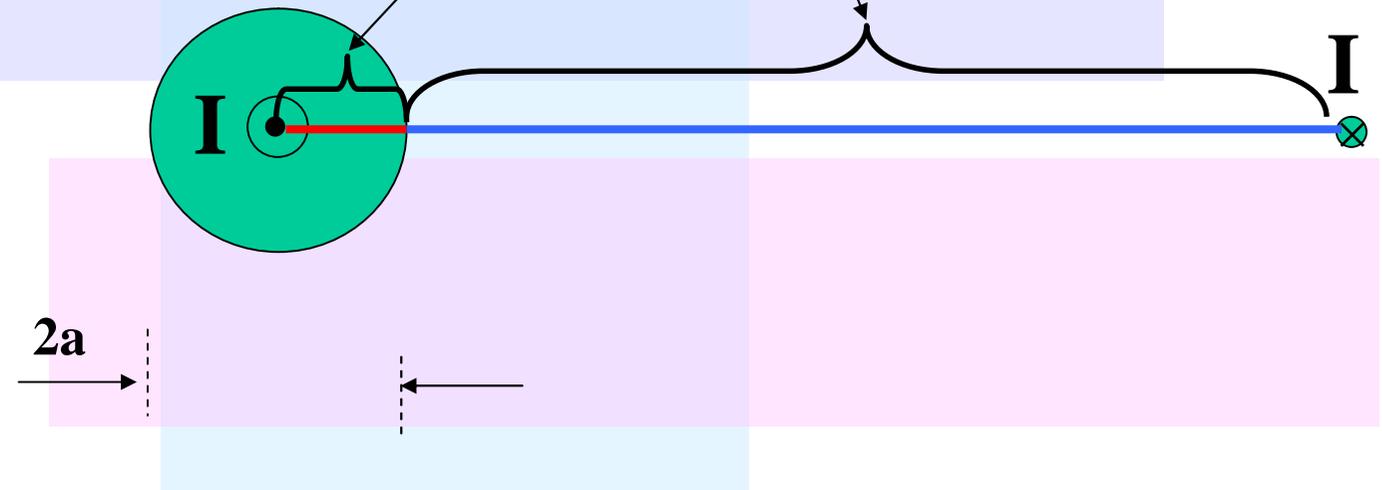




Ejemplo 1

Se devuelve
en el infinito $\downarrow \mathbf{I}$

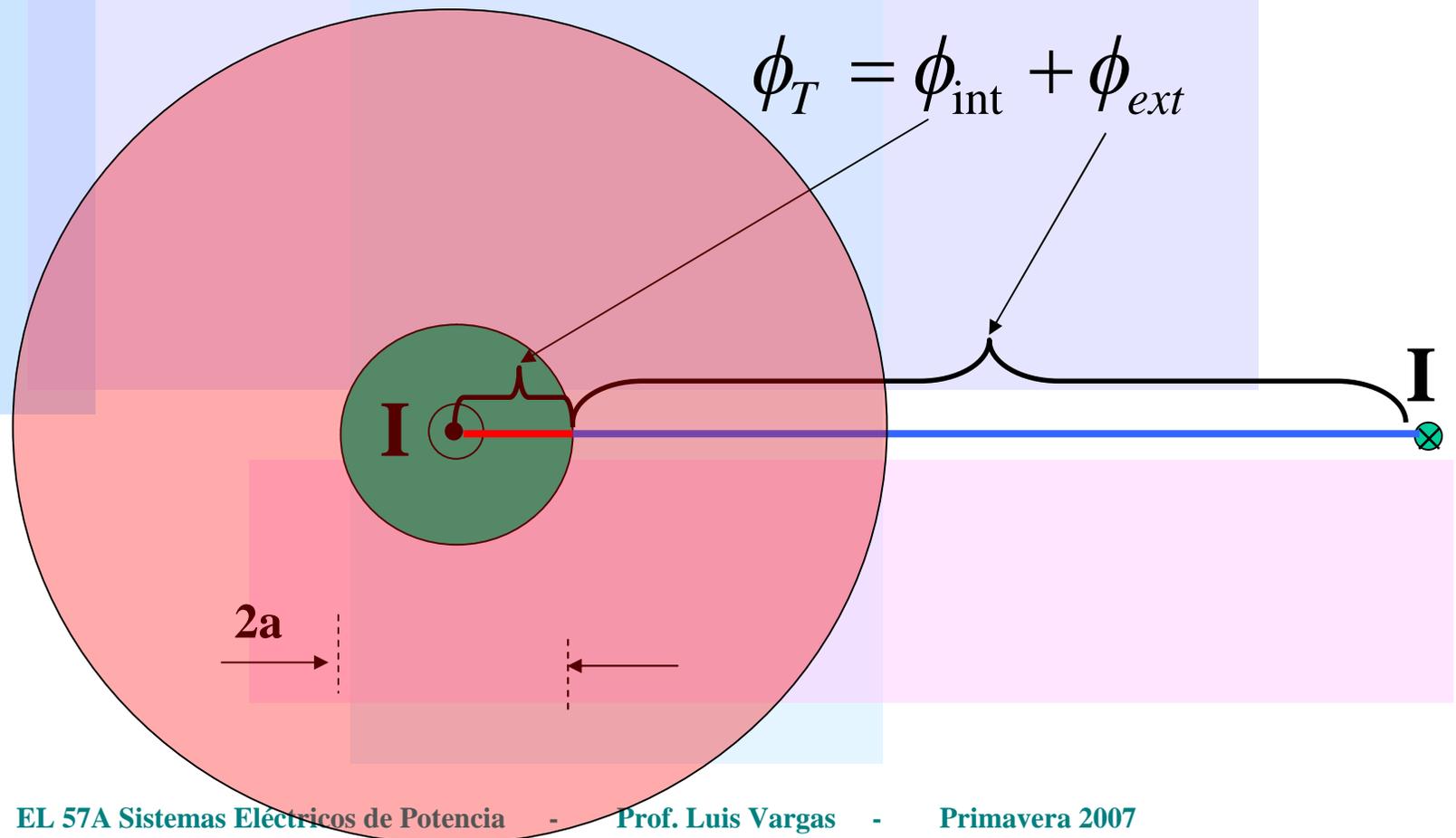
$$\phi_T = \phi_{int} + \phi_{ext}$$





Ejemplo 1

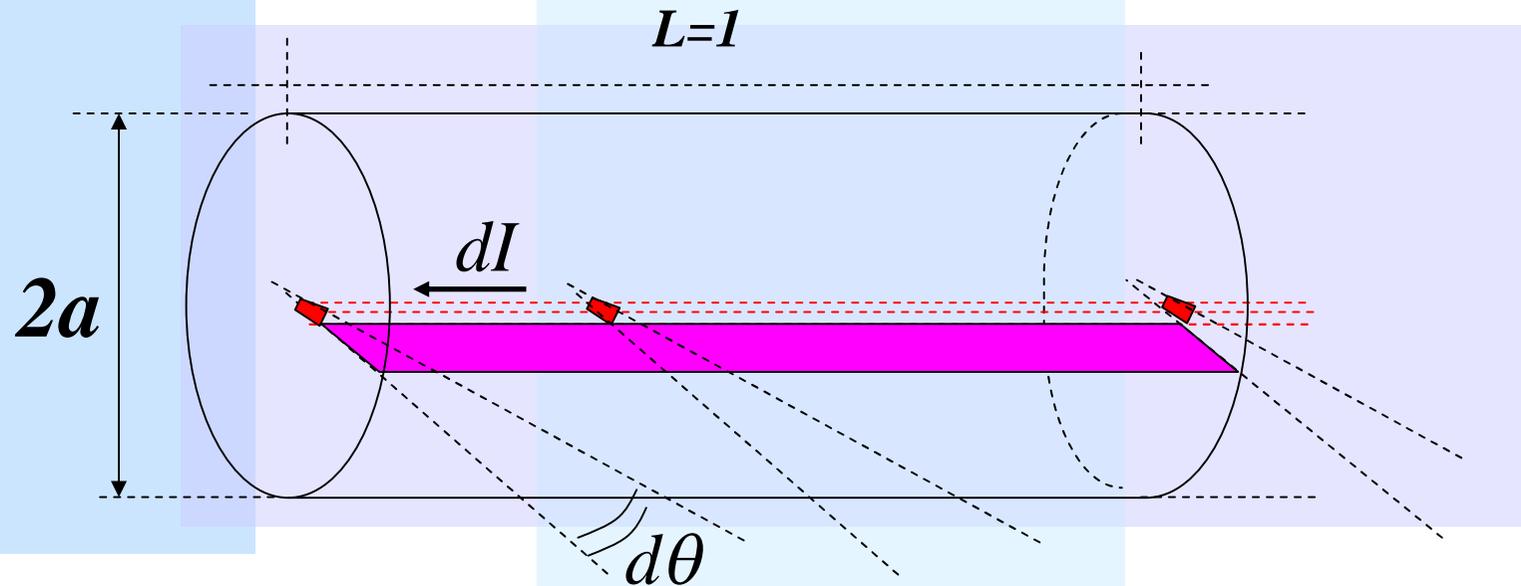
Se devuelve
en el infinito $\downarrow I$

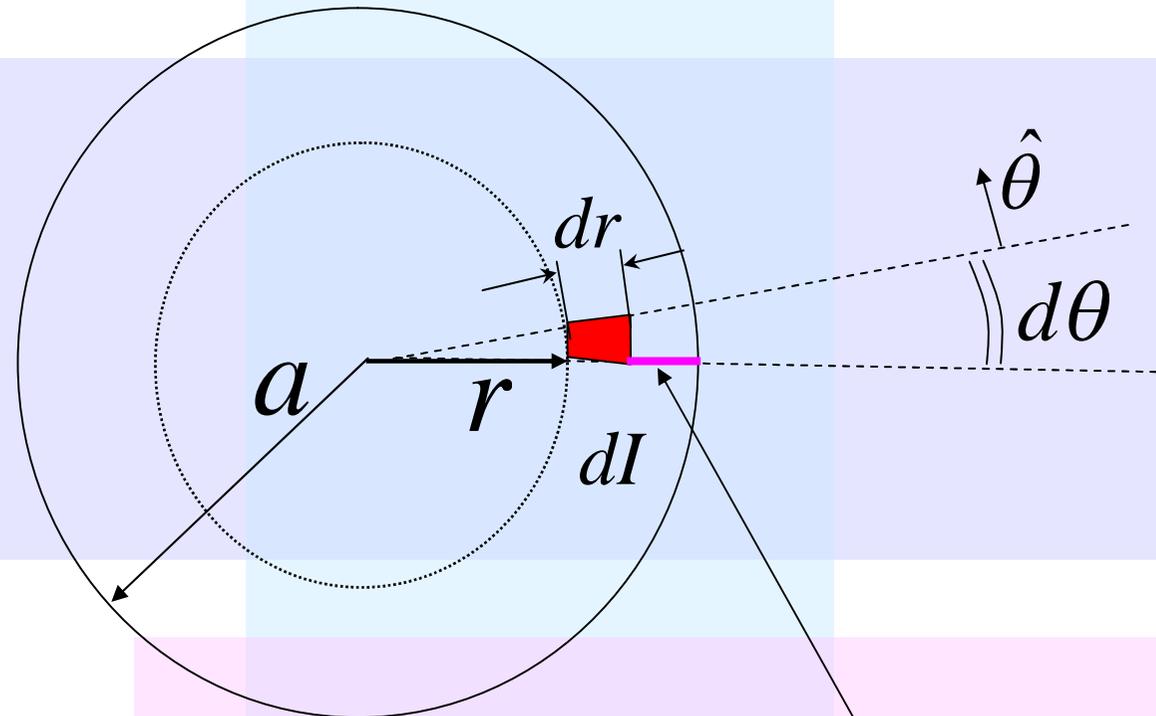




Ejemplo 1

Aqui tenemos corriente distribuida al interior del conductor





flujo enlazado por el
elemento de corriente dI

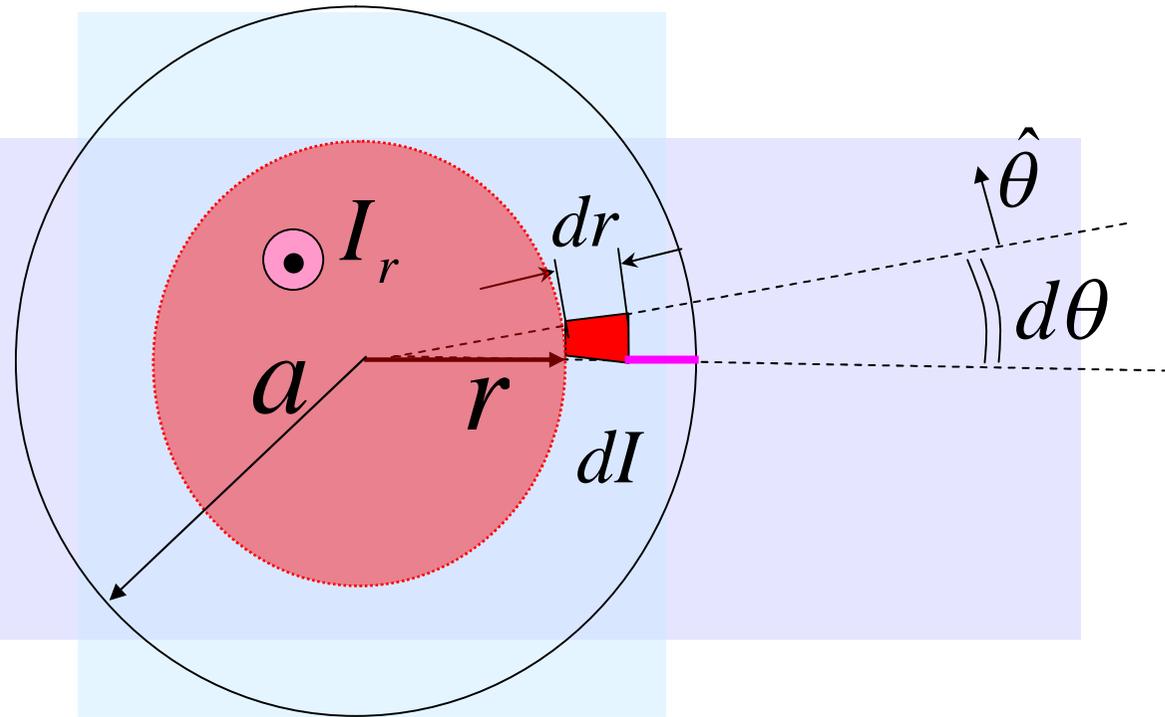


$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_r$$

$$\Rightarrow 2\pi r H = J\pi r^2$$

$$\Rightarrow \vec{H} = \frac{I}{2\pi a^2} r \hat{\theta}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r \hat{\theta}$$



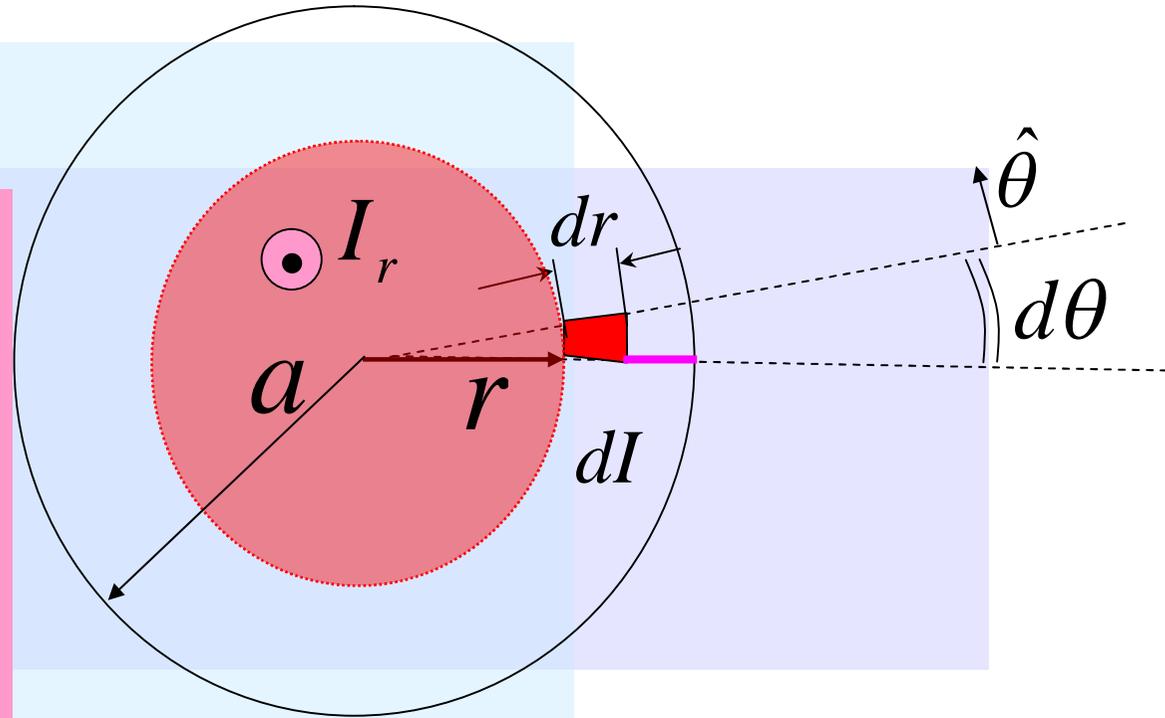
$$\phi_r = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r \hat{\theta} \cdot dr dz \hat{\theta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} (a^2 - r^2)$$

Flujo interior al conductor que es enlazado por el elemento dI



$$\phi_r = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} (a^2 - r^2)$$

Como interesa caracterizar a todo el conductor, debemos obtener el valor medio de las contribuciones de todos los elementos de corriente

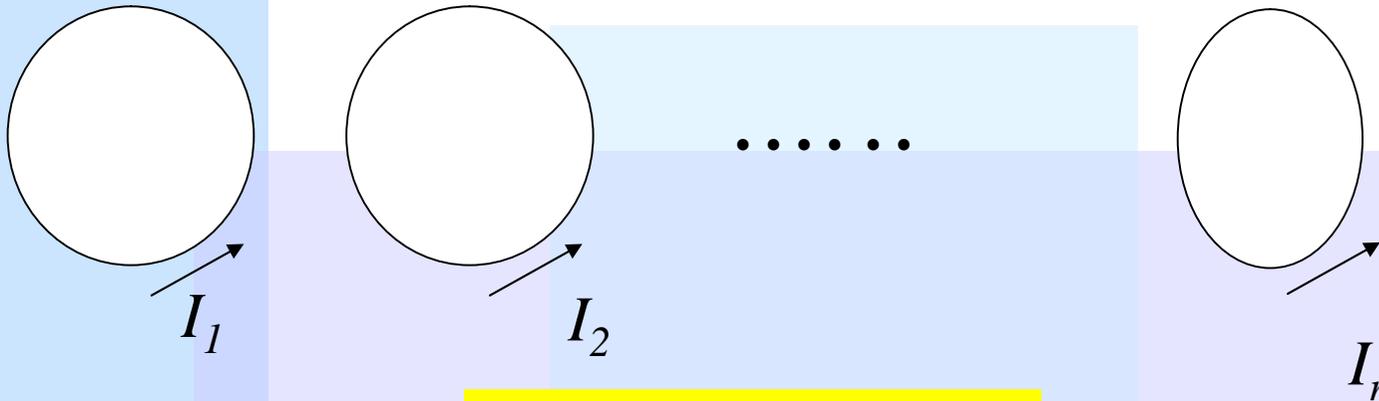


$$\phi_M = \frac{1}{S} \iint_S \phi_r ds = \frac{1}{\pi a^2} \int_{r=0}^a \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} (a^2 - r^2) r d\theta dr = \frac{\mu_0 I}{8\pi}$$

$$\phi_M = \frac{\mu_0 I}{8\pi} \Rightarrow L_M = \frac{\mu_0}{8\pi}$$



Repaso: Inductancia mutua



n circuitos

Sea ϕ_{jk} el flujo magnético que atraviesa el circuito j debido SOLO a la corriente que circula por el circuito k

Inductancia mutua entre el circuito j y k

$$L_{jk} = \frac{\phi_{jk}}{I_k}$$

Se cumple $L_{jk} = L_{kj}$



Líneas de Transmisión (XIX)

3. Inductancia serie de línea L' [H/km], L [H/m]

La inductancia serie de una línea constituye la reactancia de línea y tiene gran incidencia sobre la capacidad de transmisión de una línea. Los valores dependen de: frecuencia, disposición geométrica de las fases. En menor grado: tipo de conductor (radio equivalente), tipo de material. El campo magnético responsable de la existencia de x , no se ve afectado por la presencia de la tierra μ_{aire} similar μ_{tierra} (permeabilidad).

Caso Inductancia de un conductor

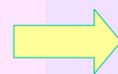
$$L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{R} \right) = \left(\frac{\mu_0}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{R} \right) = \left(\frac{4\pi 10^{-7}}{8\pi} + \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} \ln \frac{D}{R} \right) = \left(\frac{10^{-7}}{2} + 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{R} \right)$$

Inductancia de línea monofásica

$$L_1 = \frac{10^{-7}}{2} + 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1}$$

$$L_2 = \frac{10^{-7}}{2} + 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r_2}$$

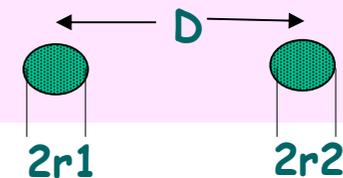
$$L_t = L_1 + L_2$$



$$= 2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{D}{r_1} + \ln \frac{D}{r_2} \right)$$

Inductancia
Interna

Inductancia
externa



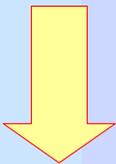


Líneas de Transmisión (XX)

Operatoria General

$$L_k' = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{a}{R_k} \right)$$

$$M_{ik}' = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{a}{D_{ik}}$$



Descomposición
para par de
conductores

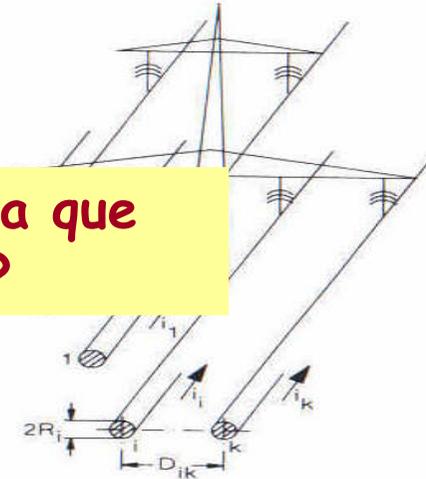
$$L_{par} = \underbrace{L_i'}_{\text{Inductancia propia}} + \underbrace{L_k'}_{\text{Inductancia propia}} - 2 \underbrace{M_{ik}'}_{\text{Inductancia mutua}}$$

Inductancia
propia

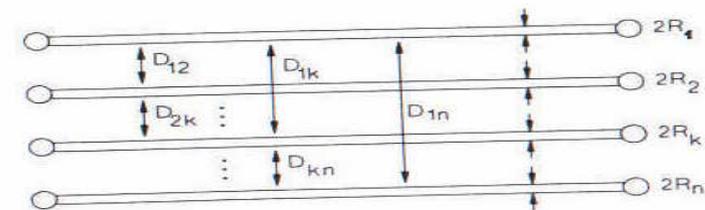
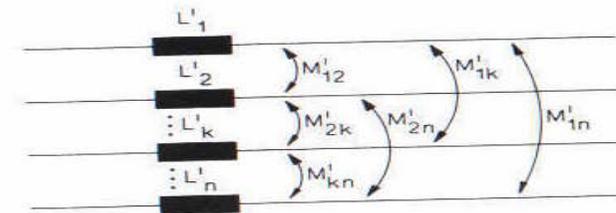
Inductancia
mutua

$$\bar{V}_k' = j\omega L_k' \bar{I}_k + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n j\omega M_{lk}' \bar{I}_l$$

Condiciones para que
sea válido?



Dos sistemas trifásicos



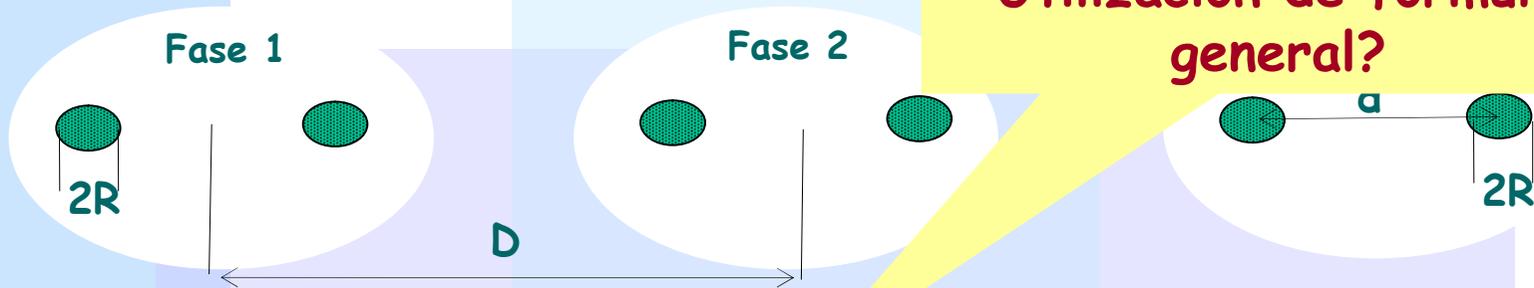
Sistema de n- conductores

Fuente: UNIDO

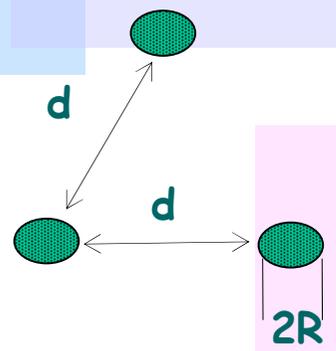


Líneas de Transmisión (XXI)

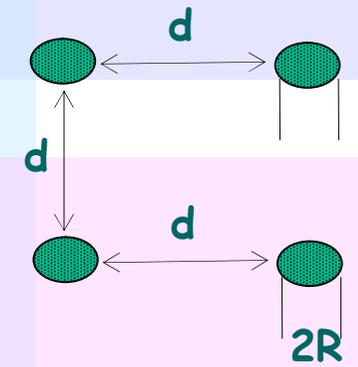
Efecto de la utilización de conductores fasciculados



Sistema trifásico con dos conductores por fase



Tres conductores por fase



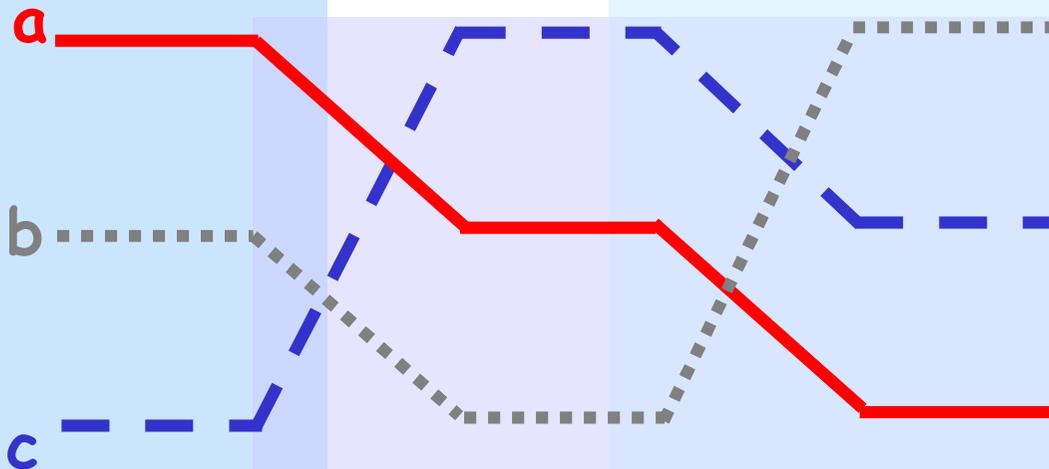
Cuatro conductores por fase



Líneas de Transmisión (XXII)

Uso de Transposiciones

Ejemplo desbalance



Componente de conductor (laboratorio)

Componente de distancia (experimental)

$$L' = 2 \cdot 10^{-7} \ln\left(\frac{Deq}{R'}\right)$$

$$X = \omega L' = \omega 2 \cdot 10^{-7} \ln\left(\frac{1}{R'}\right) + \omega 2 \cdot 10^{-7} \ln(Deq)$$

Reactancia serie

xa

xd



Líneas de Transmisión (XXIII)

Impedancia de líneas de transmisión con conductor simple y fasciculado

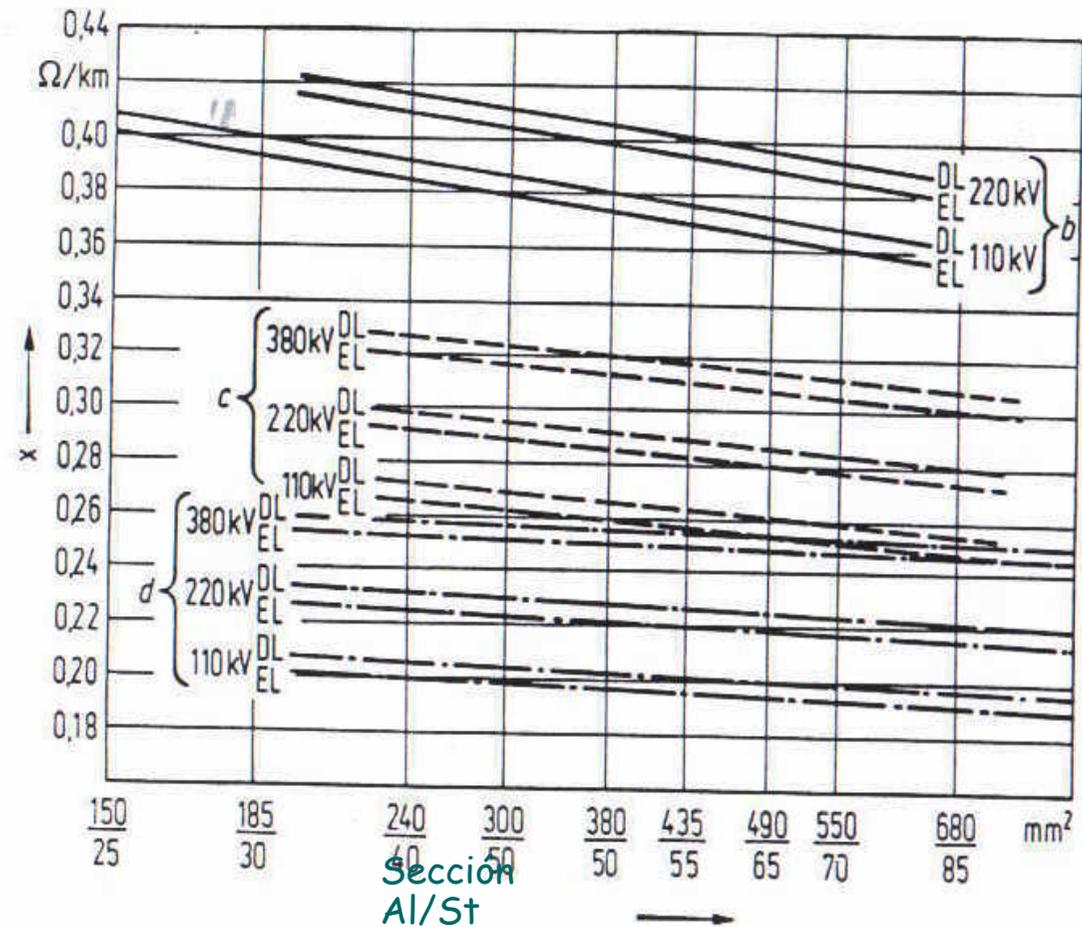
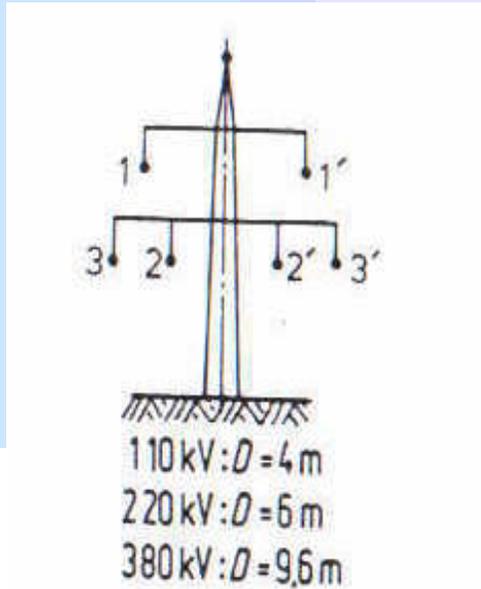
	<p>Conductor simple (a)</p> $\bar{Z} \cdot R \cdot j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{R} \cdot \frac{1}{4} \right)$ $D \cdot \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}$
	<p>Conductor fasciculado de m hebras (b)</p> $\bar{Z} \cdot \frac{R}{m} \cdot j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{R_m} \cdot \frac{1}{4m} \right)$ $D \cdot \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}$
	<p>Conductor simple (c)</p> $\bar{Z} \cdot R \cdot j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{D \cdot D_{mlr'}}{R \cdot D_{mlr'}} \cdot \frac{1}{4} \right)$ $D \cdot \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}$ $D_{mlr'} = \sqrt[3]{D_{1r'} D_{2r'} D_{3r'}}$ $D_{mlr'} = \sqrt[3]{D_{1r'} D_{1r'} D_{2r'}}$ <p>En caso de no existir simetría respecto de estructura</p> $D_{mlr'} = \sqrt[4]{D_{1r'} D_{1r'} D_{2r'} D_{2r'} \cdot D_{3r'} D_{3r'}}$ <p>Conductor fasciculado de m hebras (d)</p> $\bar{Z}' \cdot \frac{R'}{m} \cdot j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{D \cdot D_{mlr'}}{R_m \cdot D_{mlr'}} \cdot \frac{1}{4m} \right)$ <p>D, $D_{mlr'}$ y $D_{mlr'}$ como (c)</p>

Fuente: UNIDO



Líneas de Transmisión (XXIV)

Reactancia en líneas de transmisión trifásicas Al/St, $f=50\text{Hz}$



Fuente: UNIDO

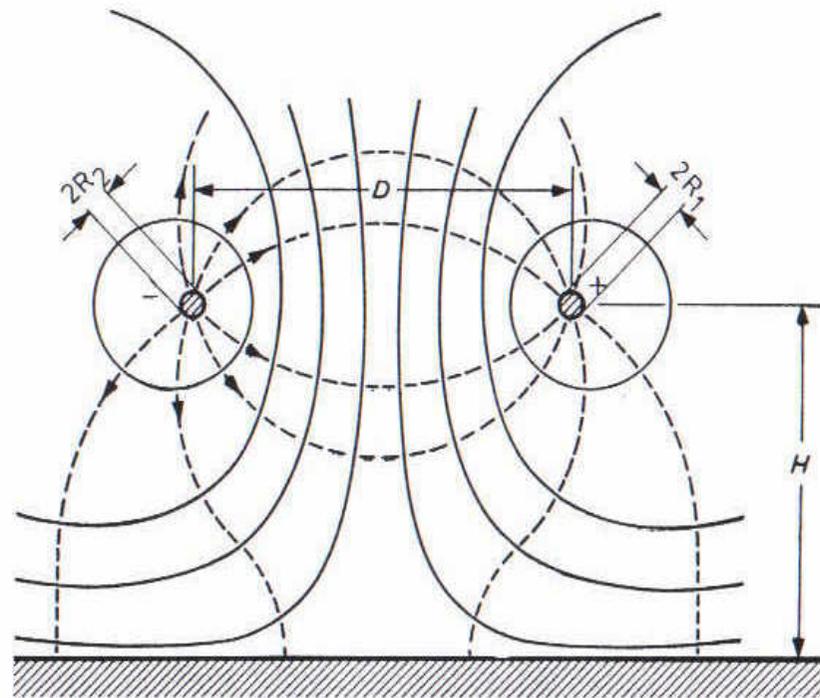


Líneas de Transmisión (XXV)

4. Capacitancia Paralelo

$$C' [F/km]$$

La Capacitancia paralelo es producida por el campo eléctrico transversal de la línea y corresponde a una capacidad --> presencia de corriente de excitación de la línea en caso de aplicarle tensión (incluso operando en vacío). Los valores dependen de: frecuencia, presencia de tierra. En menor grado: tipo de conductor (radio equivalente), disposición



Descripción general del fenómeno (líneas de campo)

Fuente: UNIDO



Líneas de Transmisión (XXVI)

Forma general de cálculo

$$C = \frac{\text{carga de conductor}}{\text{tensión aplicada}} = \frac{q}{V}$$

$$V = \int E dx$$

← Intensidad de campo eléctrico
 ← Distancia entre conductores

$$X_C = X'_a + X'_d = \frac{1}{4\pi^2 \epsilon_0 f} \left(\ln \left(\frac{1}{R} \right) + \ln(Deq) \right)$$

M Ohm km

Componente conductor Componente de distancia

Análogo a L', uso de tablas experimentales

