



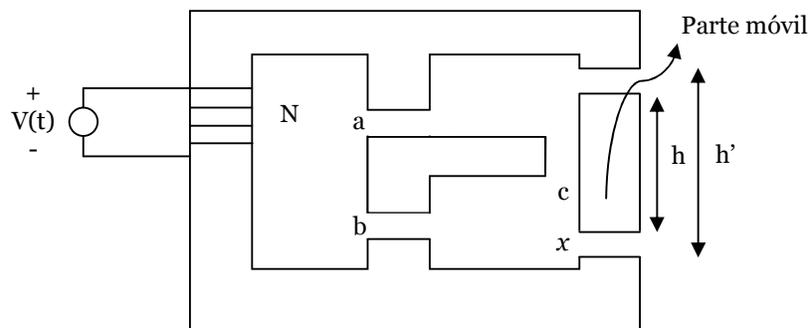
Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Eléctrica

Control 1

Profesor: Jorge Romo joromo@etcinternet.cl
Profesor Auxiliar: Carlos Suazo M. casuazo@ing.uchile.cl
Ayudantes: José Carrasco joscarra@ing.uchile.cl
 Carlos Mendoza cmendoza@ing.uchile.cl
 Christine Lozano clozano@ing.uchile.cl
 Lorenzo Reyes loreyes@ing.uchile.cl
27 de Agosto de 2007
Tiempo: 2 horas

Pregunta 1:

- a.) El núcleo de la figura es de sección transversal uniforme = A , de permeabilidad magnética infinita, y posee una parte móvil que puede desplazarse verticalmente. Los entrehierros a , b , c y las dimensiones h y h' son conocidas. La bobina, de resistencia despreciable, se alimenta con voltaje alterno sinusoidal de valor efectivo V y frecuencia f .



- i) Encontrar el valor del entrehierro x , para que el flujo magnético por el entrehierro c sea nulo.
 - ii) Cuando se cumple la condición anterior, encontrar la corriente efectiva que circula por la bobina.
 - iii) Id. (i), pero con voltaje continuo de valor V .
- b.) En la placa de un transformador monofásico de un sistema de transmisión se lee 10 MVA, 66/6,9 KV, 50 Hz, y sus parámetros circuitales referidos a AT, son: $r_1 = r'_2 = 8,7$ Ohm; $x_1 = x'_2 = 15,07$ Ohm; $r_{FE} = 20$ KOhm; $x_m = 6$ KOhm. Indique y justifique si es verdadero o falso:
- i) El dato de placa de la impedancia del transformador debe ser 8%.
 - ii) Los resultados de la prueba de cortocircuito, alimentando en AT, serían: 5,22 KV, 150 A, 391,5 KW.
 - iii) Los resultados de la prueba de circuito abierto, alimentado desde BT, serían: 6,9 KV, 105,2 A, 150 KW.

- iv) Si el transformador anterior se conecta a 79,2 KV, 60Hz en el lado de AT, los parámetros circuitales cambiarían a: $r_1 = r'_2 = 8,7 \text{ Ohm}$ (no cambian); $x_1 = x'_2 = 18,08 \text{ Ohm}$; $r_{FE} > 20 \text{ KOhm}$; $x_m \Rightarrow$ infinito, por saturación.

Pregunta 2:

En el circuito magnético de la fig., determinar la corriente necesaria en la bobina de 400 vueltas, para lograr un flujo magnético de 1 [mWb] en el entrehierro de 0,2 [cm]. Calcular también el flujo en el otro entrehierro.

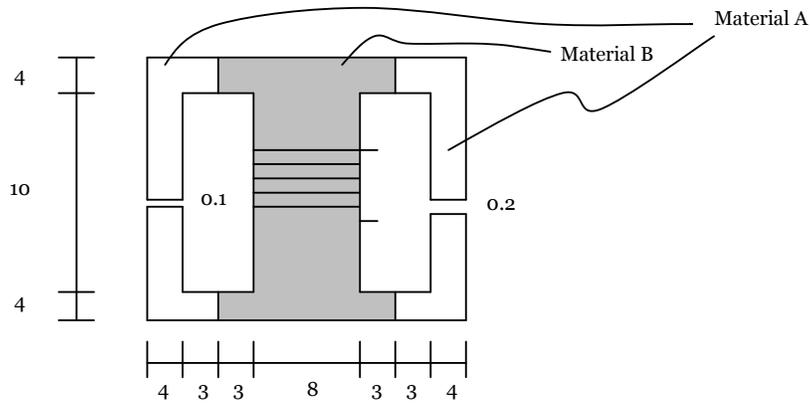
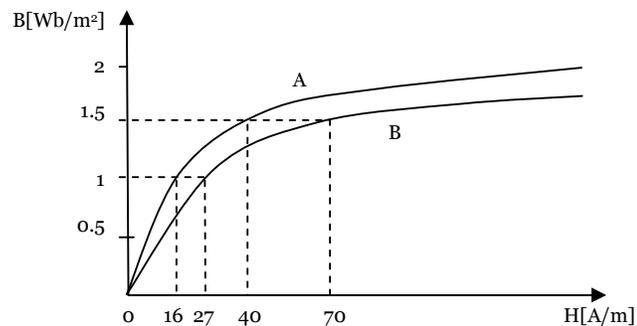


Figura 2: Todas las medidas en cm. La profundidad del núcleo es 5 cm.

Haga el cálculo en los siguientes casos:

- $\mu_A = \mu_B =$ infinito
- $\mu_A = 500\mu_0$; $\mu_B = 300\mu_0$
- Los materiales tienen las siguientes curvas B-H:
(Estime “a ojo” los valores de H para cada uno de los valores de B que necesite)



Pregunta 3:

El transformador especificado en el problema 1 (b), se conecta a un voltaje V_1 de 50 Hz en AT, y en BT se mide voltaje nominal (6,9 KV), cuando está conectada una carga que consume 10 MVA, con factor de potencia 0,8 inductivo. Utilizando el modelo de transformador exacto:

- Calcular exactamente el voltaje V_1 y las corrientes por los enrollados.
- Calcular el rendimiento y la regulación del transformador en dichas condiciones.
- A la impedancia de carga se le conecta en paralelo un condensador de reactancia = 8 Ohm y el voltaje primario calculado en (a) se mantiene. ¿Cuál será el nuevo voltaje en la carga?.

Pauta de Corrección:

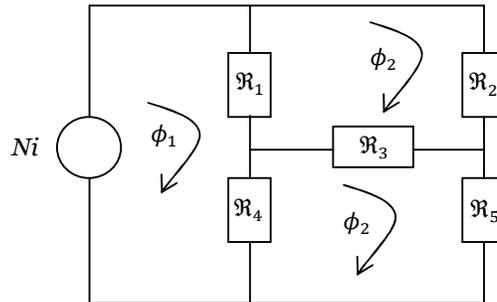
Pregunta 1:

Pauta por Carlos Mendoza R.

- i) Encontrar el valor del entrehierro x , para que el flujo magnético por el entrehierro c sea nulo

Se supondrá que las medidas están en metros y que el área está en metros cuadrados. En el caso de suponer centímetros en las distancias y centímetros cuadrado, existirá un factor 10^2 en las reluctancias.

Como la permeabilidad es infinita, no existe problemas de saturación en el material, por ello es posible plantear el circuito de reluctancias:



Donde, las reluctancias son las siguientes:

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{a}{\mu_0 A} \left[\frac{Av}{Wb} \right]; \quad \mathfrak{R}_2 = \frac{h' - (h + x)}{\mu_0 A} \left[\frac{Av}{Wb} \right]; \quad \mathfrak{R}_3 = \frac{c}{\mu_0 A} \left[\frac{Av}{Wb} \right]; \quad \mathfrak{R}_4 = \frac{b}{\mu_0 A} \left[\frac{Av}{Wb} \right]; \quad \mathfrak{R}_5 = \frac{x}{\mu_0 A} \left[\frac{Av}{Wb} \right]$$

Con lo anterior podemos plantear las ecuaciones de malla:

$$Ni = (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_4) \cdot \phi_1 - \mathfrak{R}_1 \phi_2 - \mathfrak{R}_4 \phi_3 \quad (1)$$

$$0 = -\mathfrak{R}_1 \cdot \phi_1 + (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3) \cdot \phi_2 - \mathfrak{R}_3 \cdot \phi_3 \quad (2)$$

$$0 = -\mathfrak{R}_4 \cdot \phi_1 - \mathfrak{R}_3 \cdot \phi_2 + (\mathfrak{R}_3 + \mathfrak{R}_4 + \mathfrak{R}_5) \cdot \phi_3 \quad (3)$$

Para que en el entrehierro c , el flujo magnético sea nulo, debe ocurrir que los flujos ϕ_2 y ϕ_3 , sean iguales con esta condición se podrá encontrar el valor del entrehierro x .

Multiplicando ecuación (2) por $-\mathfrak{R}_4$ y (3) por \mathfrak{R}_1 , sumando ambas ecuaciones e imponiendo que los flujos anteriormente mencionados sean iguales se llega a:

$$\mathfrak{R}_1 \mathfrak{R}_5 = \mathfrak{R}_4 \mathfrak{R}_2 \quad (4)$$

Comentarios:

- Es posible encontrar las condiciones de otra forma, pero se llega a la misma conclusión.
- Es posible darse cuenta, que el circuito que describe y la condición que se llega es la de un Puente Wheatstone, si solo coloca la fórmula ESTA MALO.

Dadas las expresiones de las Reluctancias anteriores, se tiene que el valor de x es:

$$x = \frac{b \cdot (h' - h)}{a + b} [m]$$

- ii) Cuando se cumple la condición anterior, encontrar la corriente efectiva que circula por la bobina.

Tenemos que $V = N \frac{d\phi}{dt} [V]$, pasando esta ecuación a su forma fasorial

$$\dot{V} = N \cdot j \cdot 2\pi f \dot{\phi}_1 \quad (5)$$

Por otro lado tenemos que:

$$N\dot{I} = \mathfrak{R}_{eq} \cdot \dot{\phi}_1 \quad (6)$$

Juntando (5) y (6), tenemos:

$$\dot{V} = j \cdot \frac{N^2 \cdot 2\pi f}{\mathfrak{R}_{eq}} \dot{I} ; \text{ con } \mathfrak{R}_{eq} = (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_4) // (\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_5)$$

$$\mathfrak{R}_{eq} = \frac{(a+b)(h'-h)}{[(a+b)+(h'-h)] \cdot \mu_0 A} \left[\frac{Av}{Wb} \right]$$

Como el voltaje es efectivo, la corriente por ende también lo será, con ello la corriente efectiva es:

$$I_{eff} = V \cdot \frac{\mathfrak{R}_{eq}}{N^2 \cdot 2\pi f} [A]$$

- iii) Id.(i), pero con voltaje continuo de valor V.

Por el lado eléctrico del circuito tenemos que:

$$V = R \cdot i + L \frac{di}{dt}$$

Como la corriente es continua el término de la derivada es cero, con ello, nos queda la ley de Ohm para una resistencia, como la resistencia es despreciable (igual a cero), nos queda que la corriente tiende a infinito, con lo cual la fuerza magneto motriz (f.m.m) tiende a infinito también, pero en la parte (i), ni al flujo ni a la f.m.m. se les impuso algún valor, por lo cual el valor de x, antes obtenidos sigue siendo el mismo.

b) Verdadero o Falso. Para obtener todo el puntaje la argumentación debe estar correcta y en caso de comparación, deben ser comparados elementos referenciados al mismo lado del transformador.

- i) El dato de placa de la impedancia del transformador debe ser 8%

La impedancia del transformador se define como:

$$Z_T = \frac{\sqrt{(r_1 + r_2')^2 + (x_1 + x_2')^2}}{Z_B} * 100\%$$

En donde r y x representan las resistencias y reactancias del transformador referidas a uno de los lados del generador (en general el de Alta), por la impedancia base del lado correspondiente.

Con los datos que no entregan:

$$Z_B = \frac{V^2}{S} = \frac{66^2 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^6} \left[\frac{V}{VA} \right] = 435.6[\Omega]$$

$$\sqrt{(r_1 + r_2')^2 + (x_1 + x_2')^2} = \sqrt{(2 \cdot 8.7)^2 + (2 \cdot 15.07)^2} = 34.802[\Omega]$$

$$\therefore Z_T = \frac{34.802[\Omega]}{435.6[\Omega]} * 100\% = 7.9894\%$$

Con un error del 0.1319% podemos decir que la afirmación es VERDADERA

- ii) Los resultados de la prueba de cortocircuito, alimentado en AT; serían 5,22 KV, 150 A, 391.5 KW.

Las pruebas antes mencionadas, entregan los parámetros de las resistencias de enrollado y las reactancias de fuga.

$$r_1 + r_2' = \frac{P}{I^2} = \frac{391.5 \cdot 10^3}{150^2} \left[\frac{W}{A^2} \right] = 17.4[\Omega]$$

Si las resistencias son iguales:

$$r_1 = r_2' = 8.7[\Omega]$$

$$x_1 + x_2' = \frac{\sqrt{(V \cdot I)^2 - P^2}}{I^2} = \frac{\sqrt{(5.22 \cdot 10^3 \cdot 150)^2 - 391.5^2 \cdot 10^6}}{150^2} = 30.1376[\Omega]$$

Si las reactancias son iguales, entonces

$$x_1 = x_2' = 15.0688[\Omega]$$

Aproximando este último término, podemos decir que las pruebas de cortocircuito, son las que entregan los datos del circuito equivalente.

(error al aproximar 0.0079%)

- iii) Los resultados de la prueba de circuito abierto, alimentado desde BT, serían: 6.9 KV, 105.2 A, 150 KW.

Esta prueba entrega los parámetros de la rama paralela o shunt del circuito equivalente, referidos al Lado de BT, por lo cual una vez calculados deben reverenciarse al Lado AT.

Resistencia del Fierro:

$$r_{FE}' = \frac{V^2}{P_o} = \frac{6.9^2 \cdot 10^6}{150 \cdot 10^3} \left[\frac{V^2}{W} \right] = 317.4[\Omega] \text{ Refiriendo este valor al de AT, tenemos:}$$

$$r_{FE} = \left(\frac{V_{AT}}{V_{BT}} \right)^2 r_{FE}' [\Omega] = \left(\frac{66}{6.9} \right)^2 317.4 [\Omega] = 29.04 [K\Omega]$$

Reactancia de Magnetización

$$x_m' = \frac{V^2}{Q_o} = \frac{V^2}{\sqrt{(V \cdot I)^2 - P_o^2}} = \frac{6.9^2 \cdot 10^6}{\sqrt{(6.9 \cdot 10^3 \cdot 105.2)^2 - 150^2 \cdot 10^6}} \left[\frac{V^2}{VAR} \right] = 67.0363 [\Omega]$$

Refiriendo este valor al de AT, tenemos:

$$x_m = \left(\frac{66}{6.9} \right)^2 x_m' = \left(\frac{66}{6.9} \right)^2 67.0363 [\Omega] = 6.133 [K\Omega]$$

Dado por el valor de la reactancia de Magnetización es posible decir que los valores de la prueba, NO corresponde a los parámetros de nuestro circuito.

iv) Basta que unas de las consideraciones no se cumpla para que ocurra esto:

- Las resistencias NO cambian a los niveles de frecuencia trabajada
- $x_{60HZ} = \frac{60}{50} x_{50HZ} = 1.2 \cdot 15.07 [\Omega] = 18.08 [\Omega]$
- Las pérdidas del hierro son de la forma:

$$r_{FE} = \frac{(4.44 N_1 \cdot f \cdot A_N)^2}{K_H \cdot f + K_f f^2}, \text{ donde:}$$

K_H y K_f son las constantes que relacionan las pérdidas por los ciclos de Histéresis y las Corrientes Parásitas o de Foucault.

1.-Para 50 [Hz] tenemos que la resistencia es descrita como:

$$r_{FE_50} = \frac{(4.44 N_1 \cdot 50 \cdot A_N)^2}{K_H \cdot 50 + K_f 50^2}$$

2.-Para 60 [Hz] tenemos que la resistencia es descrita como:

$$r_{FE_60} = \frac{(4.44 N_1 \cdot 60 \cdot A_N)^2}{K_H \cdot 60 + K_f 60^2}$$

Dividiendo la resistencia del hierro a 60[Hz] por la de 50 [Hz], e imponiendo que este cociente sea mayor que 1, veamos que condición sacamos:

$$\frac{r_{FE_60}}{r_{FE_50}} = \frac{\frac{(4.44 N_1 \cdot 60 \cdot A_N)^2}{K_H \cdot 60 + K_f 60^2}}{\frac{(4.44 N_1 \cdot 50 \cdot A_N)^2}{K_H \cdot 50 + K_f 50^2}} = \frac{60^2}{50^2} \cdot \frac{K_H \cdot 50 + K_f 50^2}{K_H \cdot 60 + K_f 60^2} \geq 1$$

$$1.44(K_H \cdot 50 + K_f 50^2) \geq K_H \cdot 60 + K_f 60^2$$

$$12 \cdot K_H \geq 0$$

Lo que demuestra es que si K_H es mayor estricto que cero la condición de que la resistencia del hierro aumenta, si se aumenta la frecuencia.

- Veamos si el núcleo del material esta saturado.

Ocupando la ecuación:

$$V_1 = 4.44 \cdot N_1 \cdot A_N \cdot f \cdot B_{MAX}$$

De esta ecuación tenemos que los parámetros libres son el voltaje y la frecuencia, los otros términos son constantes, por lo cual sólo debemos ver que los que pasa con el cociente entre el voltaje y la frecuencia:

Para el caso base $V_1 = 66[KV]$ y $f = 50[Hz]$, tenemos que:

$$B_{MAX} = \frac{1}{4.44 \cdot N_1 \cdot A_N} 1320 \left[\frac{Wb}{m^2} \right]$$

Para el caso $V_1 = 79.2[KV]$ y $f = 60[Hz]$

$$B_{MAX} = \frac{1}{4.44 \cdot N_1 \cdot A_N} 1320 \left[\frac{Wb}{m^2} \right]$$

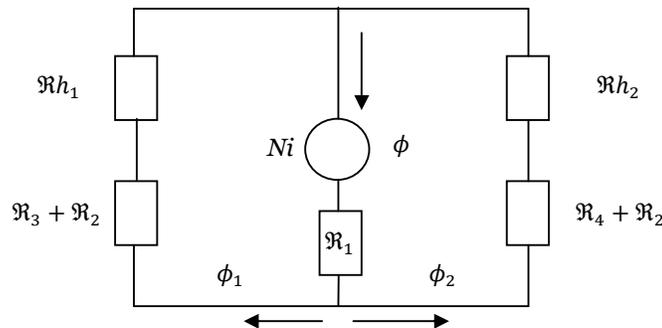
Con lo cual se ve claramente que el núcleo NO está saturado.

Por lo cual la afirmación es FALSA

Pregunta 2:

Pauta por Christine Lozano

Circuito equivalente:



Ecuaciones del circuito:

$$Ni = \phi \frac{l_1}{A_1 \mu_B} + \frac{\phi_1}{A_2} \left(\frac{l_2}{\mu_B} + \frac{l_3}{\mu_A} + \frac{l_{h1}}{\mu_o} \right) \quad (1)$$

$$Ni = \phi \frac{l_1}{A_1 \mu_B} + \frac{\phi_2}{A_2} \left(\frac{l_2}{\mu_B} + \frac{l_4}{\mu_A} + \frac{l_{h2}}{\mu_o} \right) \quad (2)$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \quad (3)$$

Con:

$$\begin{aligned} l_1 &= 14 \text{ cm} \\ l_2 &= 14 \text{ cm} \\ l_3 &= 23.9 \text{ cm} \quad A_1 = 40 \text{ cm}^2 \\ l_4 &= 23.8 \text{ cm} \quad A_2 = 20 \text{ cm}^2 \\ l_{h1} &= 0.1 \text{ cm} \quad \phi_2 = 10^{-3} \text{ Wb} \\ l_{h2} &= 0.2 \text{ cm} \end{aligned}$$

a) Caso $\mu_A = \mu_B = \infty$

$$\text{De 2) } i = \frac{\phi_2 l_{h2}}{NA_2 \mu_o} = \frac{10^{-3} \cdot 0.2 \cdot 10^{-2}}{400 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 1.989 \text{ A}$$

$$\text{Igualando 1) con 2) } \phi_1 = 10^{-3} \frac{0.2}{0.1} = 2 \text{ mWb}$$

b) Caso $\mu_A = 500\mu_o$ $\mu_B = 300\mu_o$

$$\text{Igualando 1) con 2) y reemplazando valores } \phi_1 = \phi_2 \frac{\left(\frac{l_2}{\mu_B} + \frac{l_4}{\mu_A} + \frac{l_{h2}}{\mu_o} \right)}{\left(\frac{l_2}{\mu_B} + \frac{l_3}{\mu_A} + \frac{l_{h1}}{\mu_o} \right)} = 1.5131 \text{ mWb}$$

Reemplazando este valor en 1) o 2) se obtiene $i = 3.5104 \text{ A}$

c) Caso curvas B-H:

Solo se conoce el flujo $\phi_2 = 10^{-3} \text{ Wb}$, luego $B_2 = \frac{10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4}} = 0.5 \text{ Wb/m}^2$, lo que en las curvas de ambos materiales corresponde a la parte lineal, las ecuaciones son:

$$\text{Curva A; } B = \frac{H}{16} \quad \mu_A = \frac{1}{16}$$

$$\text{Curva B; } B = \frac{H}{27} \quad \mu_B = \frac{1}{27}$$

$$\text{Igualando 1) con 2) } \frac{\phi_1}{A_2} * \left(\frac{l_2}{\mu_B} + \frac{l_3}{\mu_A} + \frac{l_{h1}}{\mu_o} \right) = H_2 l_2 + H_4 l_4 + H_{h2} l_{h2}$$

Con:

$$H_2 = B_2 * 27 = 0.5 * 27 = 13.5 \text{ A/m}$$

$$H_4 = B_2 * 16 = 0.5 * 16 = 8 \text{ A/m}$$

Con lo que $\phi_1 = 3.971 \text{ mWb}$

Reemplazando en 1) $i = 3.999 \text{ A}$

Pregunta 3:

Pauta por José Carrasco B.

a) Calcular exactamente el voltaje V_1 y las corrientes por los enrollados. (2 puntos)

En la placa de un transformador monofásico de un sistema de transmisión se lee 10 MVA, 66/6,9 KV, 50 Hz, y sus parámetros circuitales referidos a AT, son: $r_1 = r'_2 = 8,7 \text{ Ohm}$; $x_1 = x'_2 = 15,07 \text{ Ohm}$; $r_{FE} = 20 \text{ KOhm}$; $x_m = 6 \text{ KOhm}$. La razón de transformación es $a=9,565$.

Considerando el circuito equivalente exacto del transformador:

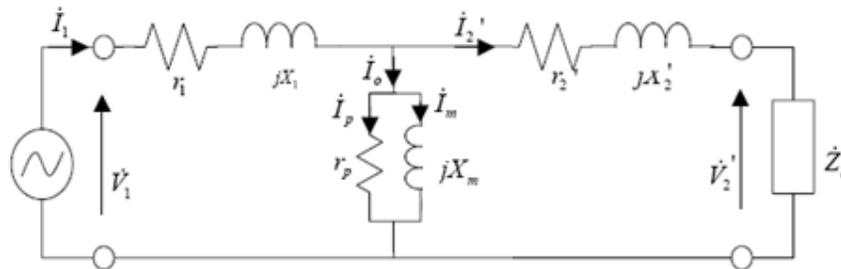


Figura n°1: circuito equivalente exacto Transformador monofásico

$$\text{si } \cos\phi = 0,8 \rightarrow \phi = 36,86^\circ$$

Si $V'_2 = a \cdot V_2$

$$Z'_c = \frac{V'^2_2}{S} = \frac{66000^2}{10^7} = (435 \angle 36,86^\circ) [\Omega]$$

Tomando como referencia $V'_2 \angle 0^\circ$

$$I'_2 = \frac{V'_2}{Z'_c} = \frac{66000}{435 \angle 36,86^\circ} = (151,515 \angle -36,86^\circ) [A] \quad (0,5 \text{ pts.})$$

Ahora, calculando Z_{eq} para calcular el voltaje en la rama de magnetización:

$$Z_{eq} = (8,7 + j15,07) + (435,6 \angle 36,86^\circ) = (451,654 \angle 37^\circ) [\Omega]$$

Con lo cual el voltaje en la rama de magnetización V_m es

$$V_m = Z_{eq} \cdot I'_2 = (68432 \angle 0,8673^\circ) [V] \quad (0,5 \text{ pts.})$$

Si se considera la impedancia de magnetización

$$Z_m = \left(\frac{1}{r_{FE}} + \frac{1}{jX_m} \right)^{-1} = (5746,96 \angle 73,3^\circ) [\Omega]$$

Se puede calcular entonces I_o

$$I_o = \frac{V_m}{Z_m} = (11,9076 \angle -72,4335^\circ) [A] \quad (0,5 \text{ pts.})$$

Si $I_1 = I_o + I'_2 \rightarrow I_1 = (11,9076 \angle -72,4335^\circ) + (151,515 \angle -36,86^\circ) = (161,35 \angle -39,33^\circ) [A]$

Entonces se puede calcular el voltaje pedido como

$$V_1 = I_1 \cdot (r_1 + jX_1) + V_m$$

Reemplazando

$$V_1 = (71080,3 \pm 1,6312)[V] \quad (0,5 \text{ pto.})$$

b) Calcular el rendimiento y la regulación del transformador en dichas condiciones. (2 puntos)

Rendimiento: (1 pto.)

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}}$$

Si S en la carga es $S = I_2' \cdot V_2' = 8 \cdot 10^6 [W] + j6 \cdot 10^6 [VAr]$

Entonces la potencia activa de salida es 8 [MW]

S de entrada es $S = I_1 \cdot V_1 = 8,66 \cdot 10^6 [W] + j7,52 \cdot 10^6 [VAr]$

Entonces la potencia activa de entrada es 8,66 [MW]

Con lo cual el rendimiento es

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} = \frac{8}{8,66} \approx 92,4[\%]$$

La regulación es (1 pto.)

$$Reg = \frac{|V_1 - V_2|}{|V_1|} = \frac{71080,3 - 6900 \cdot 9,565}{71080,3} \approx 7[\%]$$

O bien

$$Reg = \frac{\left| \frac{V_1}{a} - V_2 \right|}{|V_2|} = \frac{\frac{71080,3}{9,565} - 6900}{6900} \approx 7[\%]$$

c) A la impedancia de carga se le conecta en paralelo un condensador de reactancia = 8 Ohm y el voltaje primario calculado en (a) se mantiene. ¿Cuál será el nuevo voltaje en la carga?

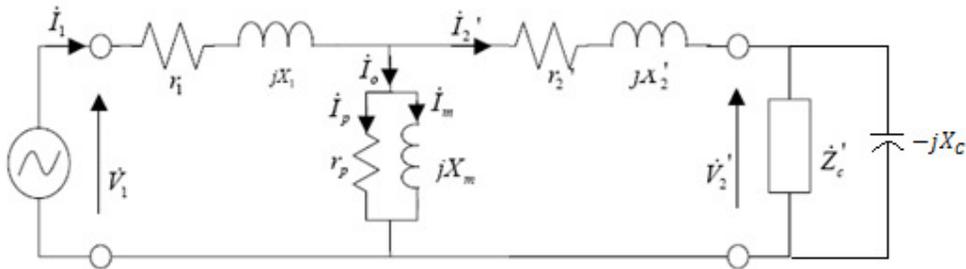


Figura n°2

Primero se refiere la impedancia del condensador al primario

$$Z_{condens} = 9,565^2 \cdot (-j8) = (731,914\angle -90)$$

La nueva impedancia de carga es el paralelo de la calculada en (a) y la del condensador, esto es

$$Z'_{c2} = \left(\frac{1}{(435\angle 36,86^\circ)} + \frac{1}{(731,91\angle -90)} \right)^{-1} = (543,667\angle 0,396)[\Omega]$$

Con lo cual, la impedancia serie por donde circula I'_2 es

$$Z_{T2} = (r'_2 + jX'_2) + Z'_{c2} = (552,674\angle 1,95)$$

La impedancia total equivalente es entonces

$$Z_T = \left(\frac{1}{Z_{T2}} + \frac{1}{Z_m} \right)^{-1} + (r_1 + jX_1) = (544,75\angle 8,465)[\Omega]$$

Se puede calcular la corriente

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_T} = (130,482\angle -6,834)[A]$$

El voltaje en la rama de magnetización es

$$V_m = V_1 - I_1 \cdot (r_1 + jX_1) = (69690\angle 0,169)[V]$$

Y la corriente

$$I_o = \frac{V_m}{Z_m} = (12,1265\angle -73,3) [A]$$

Entonces

$$I'_2 = I_1 - I_o \rightarrow I'_2 = (126,097\angle -1,7825)$$

Y el voltaje en la carga y en el condensador es

$$V_2 = \frac{I'_2 \cdot Z_{c2}}{a} = (7167,23\angle -1,38675)[V]$$