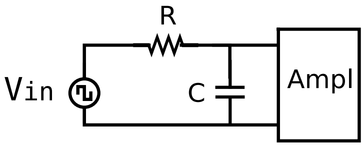
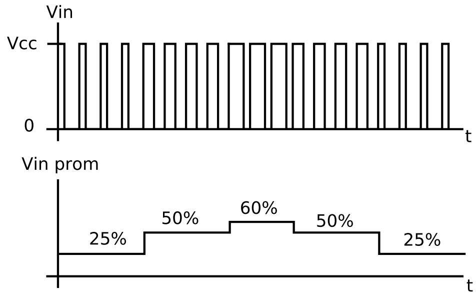
Problema 1

Una forma de obtener señales continuas a través de salidas binarias es la modulación PWM. En particular, la modulación de sinusoides mediante PWM (denominado SPWM) permite modular una señal de audio para conectarse directamente a un parlante, el que trabaja como filtro. En este caso, el filtro es un circuito RC:



El circuito RC “aplana” la señal Vin, que es de pulsos cuadrados, para luego entrar a una etapa de amplificación.

La señal Vin tiene una frecuencia de conmutación f_C de 25KHz, y modula una sinusoide de 50Hz de amplitud variable. El valor medio es el voltaje que se desea entregar, como se muestra en el gráfico:



El tiempo encendido T_{ON} y apagado T_{OFF} viene dado por la expresión:

T_{ON} = D*Periodo = D/f_C

T_{OFF} = (1-D)*Periodo = (1-D)/f_C

Con D*Vcc = Vin_prom

Suponga que la impedancia de entrada del amplificador es mucho más alta que la impedancia de R y C para la frecuencia de trabajo. Suponga además que la señal modulada es mucho más lenta que la frecuencia de conmutación.

a) Determine valores para R y C para que el ripple de la señal de entrada sea menor a 5% y el retardo menor a 5/f_C. Para esto, considere una señal con Vin_prom constante.

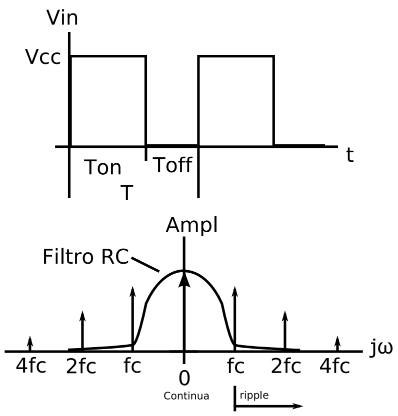
b) Determine la frecuencia máxima que se puede modular para mantener las condiciones descritas arriba.

c) Si se aumenta la frecuencia de conmutación ¿Es mejor reducir R o reducir C? Justifique su respuesta.

Solución:

Antes de todo, se incluirá la explicación del circuito.

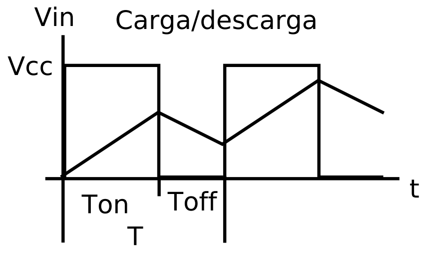
Una muestra del espectro para una señal de ciclo de trabajo constante, junto al espectro del filtro RC se muestra a continuación:

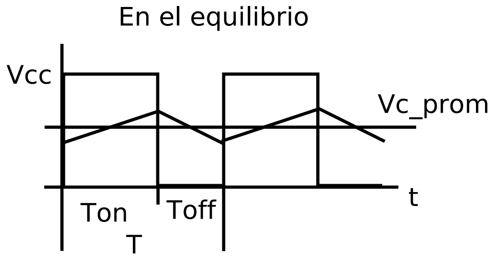


El circuito RC es un filtro pasa bajos.

A medida que RC aumenta, la cantidad de componentes armónicas a fc disminuye, por lo que uno puede deducir que mayor implica menor ripple. Sin embargo, debido a que en este problema la señal varía, esto significaría que el circuito cambiaría lentamente la amplitud de Vc (voltaje de condensador)

Las formas de onda de Vc en el tiempo se muestran a continuación:





En Ton el condensador se carga a razón RC. Esto hace que Vc aumente.

En Toff, el condensador se descarga a razón RC, esto hace que Vc disminuya.

En el equilibrio, la carga del condensador es igual a su descarga, con lo que se llega a un equilibrio y se obtiene un voltaje Vc_prom.

Para determinar cuánto vale Vc_prom, se verá el equilibrio para una entrada de ciclo de trabajo D constante.

Supondremos que Vc es relativamente constante en relación a la carga y descarga del condensador, y que equivaldrá a Vc_prom. La carga del condensador se puede aproximar a:

$\Delta Vc_{ON} = \dfrac{\Delta i}{RC} = \dfrac{Vcc - Vc}{RC}\Delta T_{ON}$ y la descarga a $\Delta Vc_{OFF} = \dfrac{\Delta i}{RC} = \dfrac{-Vc}{RC}\Delta T_{OFF}$

De hecho, si el ripple es menor a 5%, el considerar Vc igual a Vc_prom produce un error de $0.05Vc\Delta T_{OFF}/RC$, que es despreciable para los valores estimados de los componentes.

Para que exista equilibrio, se debe cumplir:

$$\Delta Vc_{ON} + \Delta Vc_{OFF} = 0 \Rightarrow \frac{Vcc - Vc}{RC}\Delta T_{ON} = \frac{Vc}{RC}\Delta \mathrm{T}_{OFF} \Rightarrow \frac{Vcc - Vc}{RC}DT = \frac{Vc}{RC}(1 - D)\mathrm{T}$$

Simplificando, se llega a que Vc = VccD, lo que indica que Vc es en régimen permanente proporcional al ciclo de trabajo y Vcc.

Otras consideraciones:

La onda de entrada está desplazada en Vcc/2. De este modo la onda queda:

$$V_{\text{modulada}} = Vcc/2 + A\sin(100\pi \cdot t)$$

a) Para calcular el ripple, se puede tomar cualquiera de las ecuaciones de arriba. Lo que sí debe considerarse es que existen muchas fórmulas de ripple. En este caso, se considerará la expresión:

Ripple = (Vc_{ON} - Vc_prom)/Vcc, con $Vc_{ON} = Vc + \Delta Vc_{ON}$.

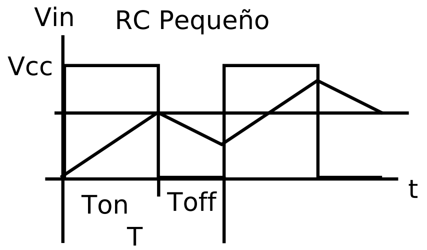
En este caso la relación queda:

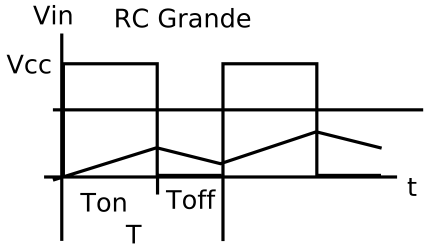
$$\frac{\Delta Vc_{ON}}{Vcc} \le 0.05 \Rightarrow \frac{Vcc - Vc}{RCVcc}DT \le 0.05 \Rightarrow \frac{Vcc - DVcc}{RCVcc}DT = \frac{D(1-D)}{RC}T \le 0.05$$

En este caso, hay que ver cuándo D(1-D) es máximo. Derivando y igualando a cero, se obtiene que se maximiza para D=1/2.

Así, se puede despejar RC como: $RC \ge \dfrac{T}{4 \cdot 0.05} = \dfrac{1/25000}{0.2} = 0.0002$

Ahora, el retardo tiene que ver con el valor máximo que puede tener RC. Para este punto, se tiene que $\Delta Vc_{ON} + \Delta Vc_{OFF} = \Delta V_{subida}$. (o ΔV_{bajada} dependiendo del caso).





Si RC crece mucho, ΔVc_{ON} es pequeño y por lo tanto se demora en alcanzar el nuevo valor de voltaje. Esto indica que hay una cota máxima para RC, tal que el cambio permita llegar de manera adecuada al nuevo volaje frente cambios de D.

Como en este caso es una señal sinusoidal, se sabe que los cambios son relativamente pequeños. El peor caso ocurre en el cruce por cero, pues allí la variación es máxima.

Si se quieren 4 ciclos de retardo, una opción exagerada es tomar una variación tipo escalón desde el cruce por cero al valor de la sinuoide luego de 4 ciclos. Además, supondremos que la sinusoide tiene amplitud máxima. Así queda:

$$\Delta V_{subida} = \left(\frac{Vcc}{2} + Vcc \sin\left(\frac{100\pi \cdot 4}{25000} \right) \right) - \frac{Vcc}{2} = Vcc \sin(4\pi/25) = 0.05Vcc$$

El primer término es el valor luego del incremento, el segundo es el cruce por cero.

Con esto se puede obtener que $4\Delta Vc_{ON} \geq 0.05Vcc \Rightarrow \frac{Vcc - Vc}{RCVcc} DT \geq \frac{0.05}{4}$. Utilizando el mismo despeje ya visto se obtiene: $RC \leq \frac{4T}{4 \cdot 0.05} = \frac{1/25000}{0.05} = 0.0008$

Desde acá se obtiene la relación: $0.0002 \leq RC \leq 0.0008$

Una buena regla de diseño es tomar el punto medio, con esto RC = 0.0006. Considerando R = 10K, C = 60nF se logra este resultado.

b) la frecuencia máxima que se puede obtener se logra para el ripple igual a 5%, pues como ya se vio, mientras RC sea más pequeño el circuito puede "seguir" el voltaje medio más rápido. Si se considera RC = 0.0002, se iguala la condición de arriba:

$$\Delta V_{subida} = 0.05Vcc$$

$$4\Delta Vc_{ON} = Vcc \sin(2\pi f_{\max} 4/25000) \Rightarrow 4\frac{Vcc - Vc}{RCVcc} DT = Vcc \sin(2\pi f_{\max} 4/25000)$$

$$\Rightarrow 4\frac{D(1-D)}{RC} T = \sin(0{,}00032\pi f_{\max}) \Rightarrow \frac{4}{4 \cdot 0.0002 \cdot 25000} = \frac{1}{5} = 0.2 = \sin(0{,}00032\pi f_{\max})$$

$$\Rightarrow f_{\max} = \frac{\arcsin(0.2)}{0.00032\pi} = 200{,}2Hz$$

c) Si se aumenta la frecuencia de conmutación, T disminuye. Con esto, el ripple también disminuye aunque aumenta el retardo de carga/descarga.

Si se disminuye R, la corriente que pasará por el circuito es mayor, por lo que se exigirá más a la señal de entrada.

Si se disminuye C, disminuirá la corriente del circuito (pues CdV/dt disminuye), por lo que conviene reducir C y mantener R.