



# Análisis de Señales

## Capítulo V: Modulación de amplitud

Profesor: Néstor Becerra Yoma



## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

- Radio y televisión:
  - Se requiere transmitir muchas señales con espectros semejantes por un mismo canal (el aire) evitando superposición
  - Se requiere transmitir dichas señales en ciertas bandas de frecuencia específicas (ej: para sintonizar un canal o una radio)
- Solución: modulación



## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

- La ecuación general de una señal senoidal es:

$$\phi(t) = a(t) \cos \theta(t)$$

$a(t) : \textit{amplitud}$   
 $\theta(t) : \textit{ángulo}$

- El ángulo se puede expresar en función de una frecuencia y una fase:

$$\phi(t) = a(t) \cos(\omega_c t + \gamma(t))$$

- Se supone que  $a(t)$  y  $\gamma(t)$  varían lentamente comparados con  $\omega_c t$



## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

$a(t)$  : envolvente

$$\phi(t) = a(t) \cos(\omega_c t + \gamma(t))$$

$\omega_c$  : portadora

$\gamma(t)$  : modulación de fase

- En la modulación de amplitud, la modulación de fase es cero (o constante):

$\cos(\omega_c t)$  : señal portadora

$$\phi(t) = f(t) \cos(\omega_c t)$$

$f(t)$  : señal moduladora

$\phi(t)$  : señal modulada



## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

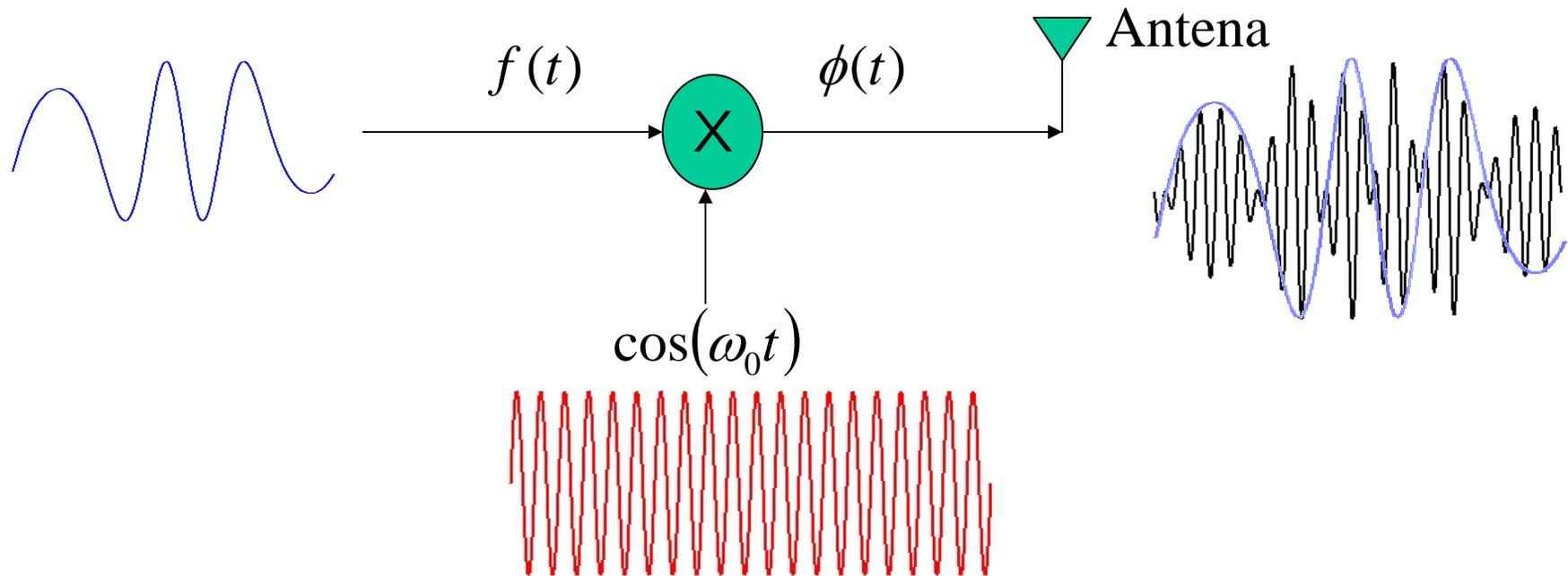
- Aplicando la propiedad de modulación, se tiene que:

$$\phi(t) = f(t) \cos(\omega_c t) \Rightarrow \Phi(\omega) = \frac{1}{2} F(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2} F(\omega - \omega_0)$$

- La modulación de amplitud traslada el espectro de frecuencia dejando inalterada su forma
- Portadora suprimida  $\Rightarrow$  no aparece una portadora identificable (un impulso visible) en el espectro



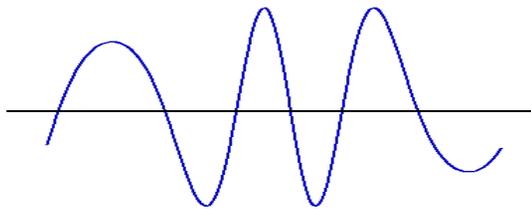
## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida



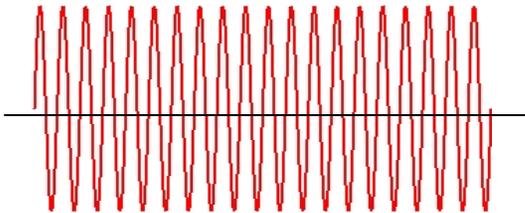


## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

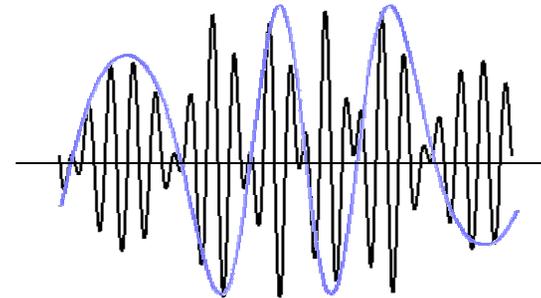
$f(t)$



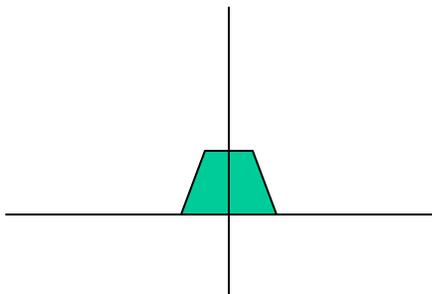
$\cos(\omega_c t)$



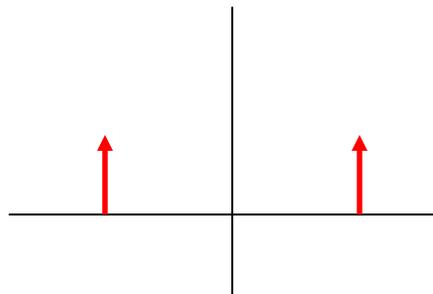
$\phi(t) = f(t) \cos(\omega_c t)$



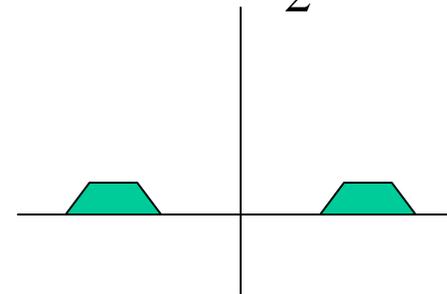
$F(\omega)$



$\pi\delta(\omega - \omega_c) + \pi\delta(\omega + \omega_c)$



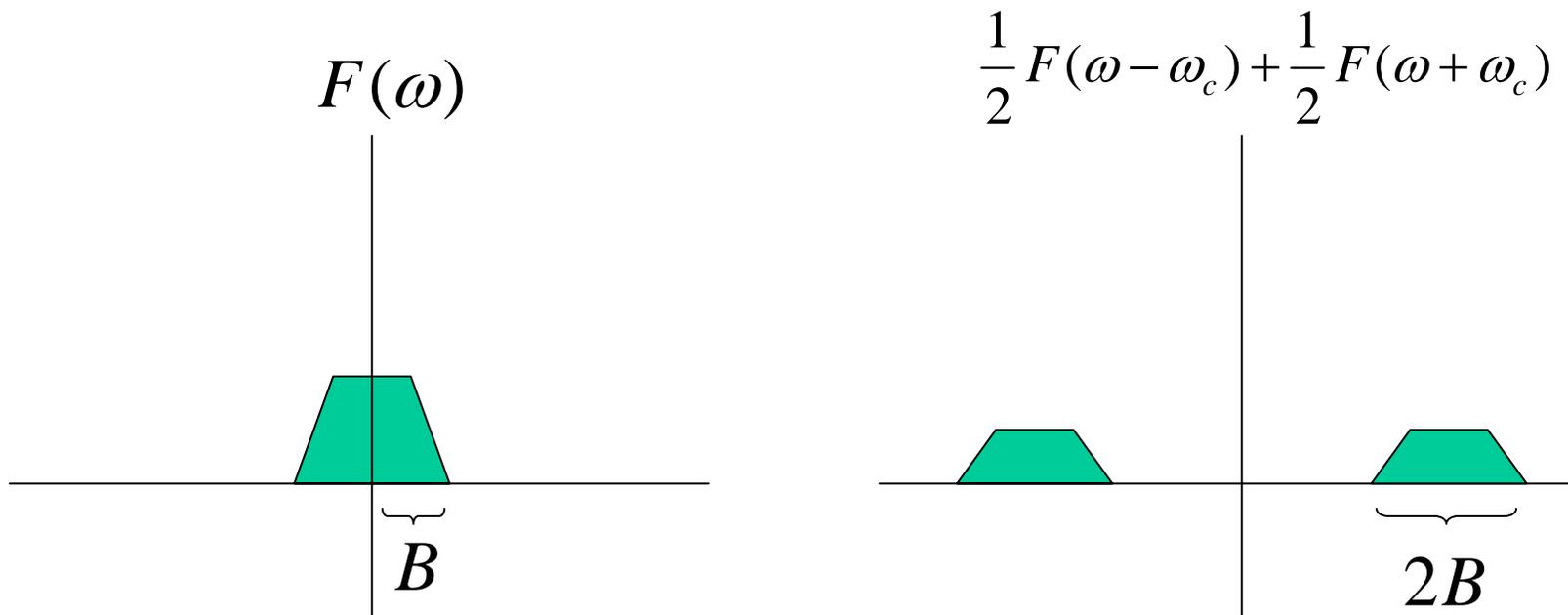
$\frac{1}{2}F(\omega - \omega_c) + \frac{1}{2}F(\omega + \omega_c)$





## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

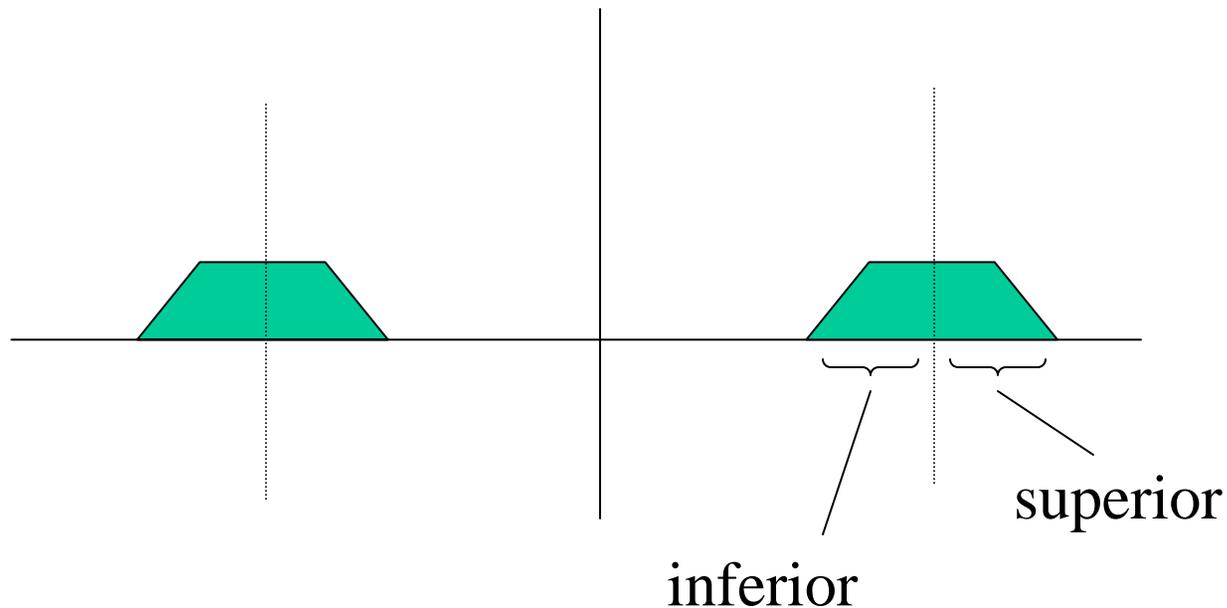
- El ancho de banda necesario para transmitir se duplica:





## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

- Bandas laterales superior e inferior: corresponden a los lados derecho e izquierdo del espectro original, “simetría conjugada”





## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

- DSB-SC (double sideband, suppressed carrier)
  - Tiene 2 bandas laterales (superior e inferior)
  - No tiene portadora explícita (impulso)
- Recuperación de la señal original volviendo a modular del mismo modo, más un filtro pasabajos.

$$\phi(t) \cos(\omega_c t) = f(t) \cos^2(\omega_c t)$$

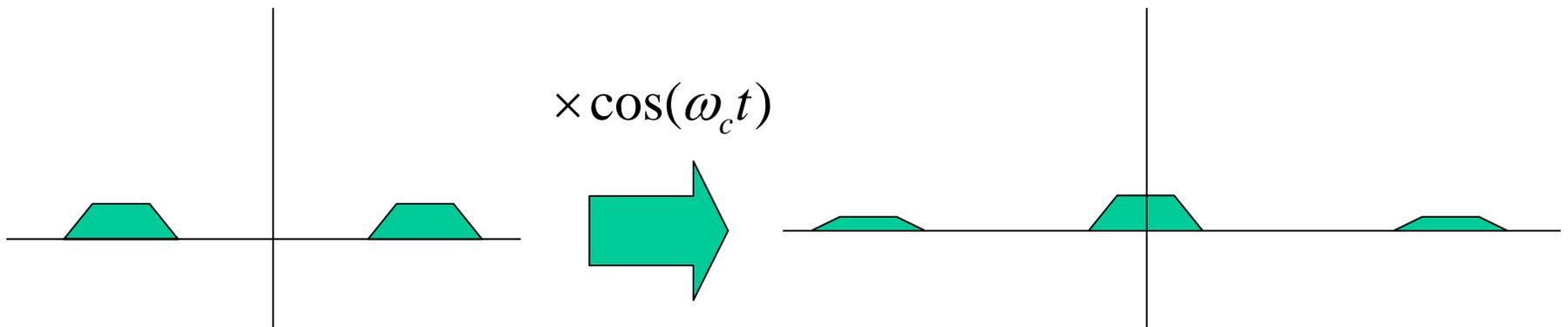
$$\phi(t) \cos(\omega_c t) = \frac{1}{2} f(t) + \frac{1}{2} f(t) \cos(2\omega_c t)$$

$$\mathfrak{F}\{\phi(t) \cos(\omega_c t)\} = \frac{1}{2} F(\omega) + \frac{1}{4} F(\omega + 2\omega_c) + \frac{1}{4} F(\omega - 2\omega_c)$$



## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

$$\mathfrak{F}\{\phi(t) \cos(\omega_c t)\} = \frac{1}{2} F(\omega) + \frac{1}{4} F(\omega + 2\omega_c) + \frac{1}{4} F(\omega - 2\omega_c)$$



- Con un pasabajos se deja sólo  $F(\omega)$



## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

- Para demodular se debe conocer tanto la frecuencia correcta como la fase correcta.
  - Error en la fase => señal atenuada
  - Error en la frecuencia => distorsión de la señal

$$\phi(t) \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Delta\theta) = f(t) \cos(\omega_c t) \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Delta\theta)$$

$$\phi(t) \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Delta\theta) = \frac{1}{2} f(t) \cos(\Delta\omega t + \Delta\theta) + \frac{1}{2} f(t) \cos((2\omega_c + \Delta\omega)t + \Delta\theta)$$

- Tras el pasabajos:

$$\phi(t) \cos((\omega_c + \Delta\omega)t + \Delta\theta) = \frac{1}{2} f(t) \cos(\Delta\omega t + \Delta\theta)$$



## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

- Requiere sincronización muy precisa
- Poco robusto ante errores  $\Delta\omega$ ,  $\Delta\theta$ .
- Multiplexión en cuadratura: Como  $\cos(\cdot)$  y  $\sin(\cdot)$  son ortogonales, se pueden transmitir 2 señales a la vez

$$\phi(t) = f(t) \cos(\omega_c t) + g(t) \sin(\omega_c t)$$



## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

$$\phi(t) = f(t) \cos(\omega_c t) + g(t) \text{sen}(\omega_c t)$$

$$\phi(t) \cos(\omega_c t) = f_1(t) \cos^2(\omega_c t) + f_2 \text{sen}(\omega_c t) \cos(\omega_c t)$$

$$\phi(t) \cos(\omega_c t) = \frac{1}{2} f_1(t) + \frac{1}{2} f_1(t) \cos(2\omega_c t) + \frac{1}{2} f_2(t) \text{sen}(2\omega_c t)$$

$$\phi(t) \text{sen}(\omega_c t) = f_1(t) \cos(\omega_c t) \text{sen}(\omega_c t) + f_2(t) \text{sen}^2(\omega_c t)$$

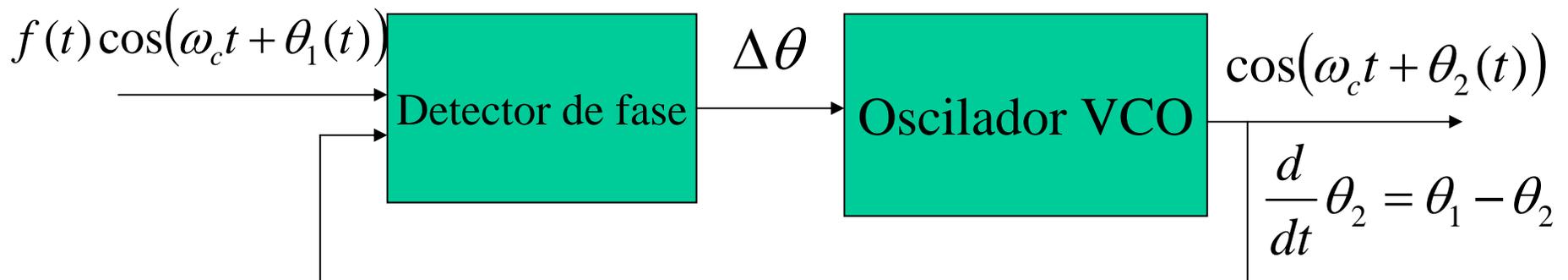
$$\phi(t) \text{sen}(\omega_c t) = \frac{1}{2} f_2(t) + \frac{1}{2} f_1(t) \text{sen}(2\omega_c t) - \frac{1}{2} f_2(t) \cos(2\omega_c t)$$

- Al filtrar pasabajos, se recuperan las señales originales separadas.



## 5.1 Modulación de amplitud: portadora suprimida

- Para asegurar sincronismo se usa un circuito llamado PLL (phase locked loop, lazo cerrado de fase), que genera una senoide cuya frecuencia va siguiendo a la de la entrada. Se compone de un detector de desfase y un oscilador cuya frecuencia es proporcional al voltaje que entra.



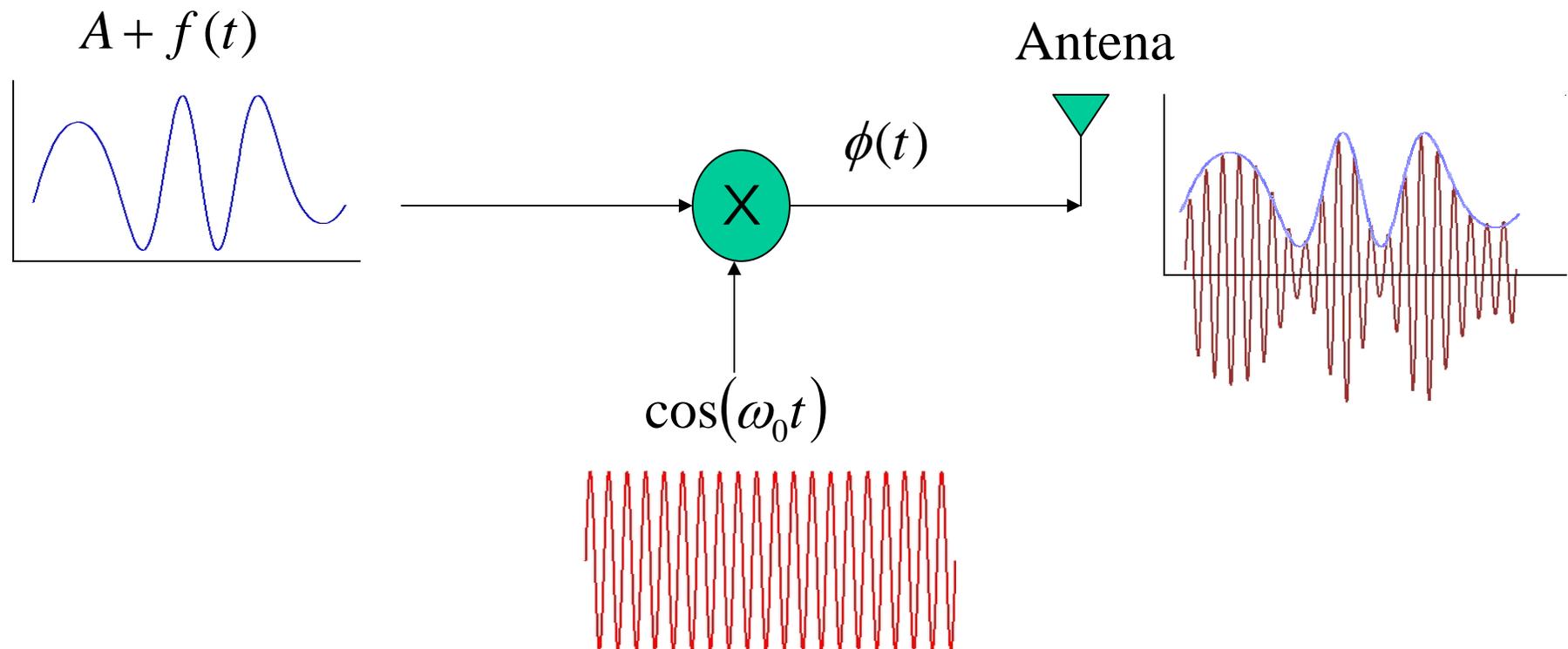


## 5.1 Modulación de amplitud: gran portadora

- Transmisión AM comercial: problema de sincronización exacta poco deseable => sistema de modulación alternativo, no requiere sincronización
- Se agrega una componente continua a la señal antes de multiplicarla por  $\cos(\cdot)$  para que sea siempre positiva
- La forma de la señal original es evidente en la señal final => demodulación simple



## 5.1 Modulación de amplitud: gran portadora





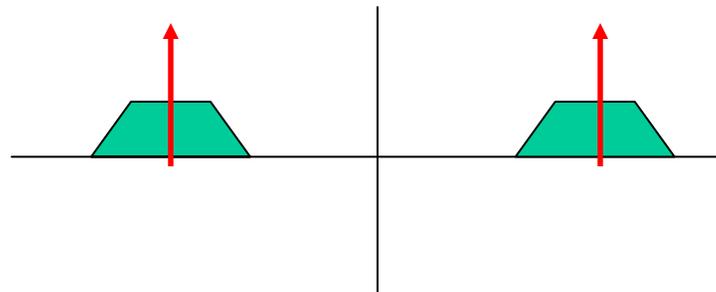
## 5.1 Modulación de amplitud: gran portadora

$$\phi_{AM}(t) = (A + f(t))\cos(\omega_c t)$$

$$\phi_{AM}(t) = A\cos(\omega_c t) + f(t)\cos(\omega_c t)$$

$$\Phi_{AM}(\omega) = \frac{1}{2}F(\omega + \omega_c) + \frac{1}{2}F(\omega - \omega_c) + \pi A\delta(\omega + \omega_c) + \pi A\delta(\omega - \omega_c)$$

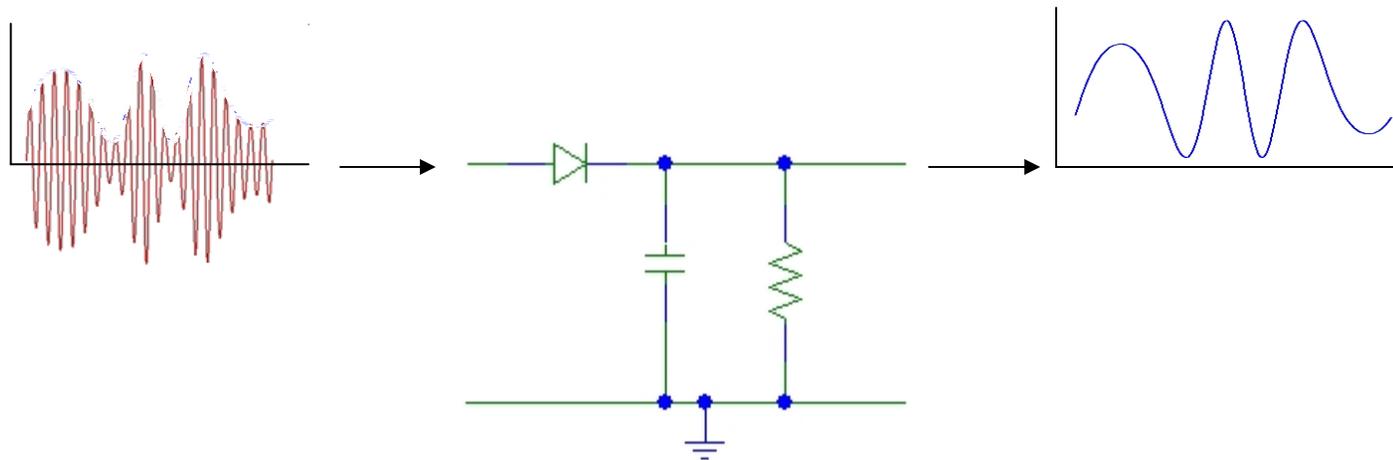
DSB-LC: doble banda lateral, con portadora explícita (impulsos)





## 5.1 Modulación de amplitud: gran portadora

- La demodulación se puede realizar simplemente con un detector de envolvente (un diodo con un circuito RC)





## 5.1 Modulación de amplitud: gran portadora

- El transmitir el carrier significa gasto extra de potencia para transmitir la señal.
- Se requiere que la componente continua sea mayor que la amplitud de la señal
- Razón de eficiencia entre la potencia de la señal y la potencia total transmitida.

$$\phi_{AM}(t) = (A + f(t)) \cos(\omega_c t)$$

$$\overline{\phi_{AM}^2(t)} = A^2 \overline{\cos^2(\omega_c t)} + \overline{f^2(t)} \overline{\cos^2(\omega_c t)} = \frac{1}{2} A^2 + \frac{1}{2} \overline{f^2(t)}$$



## 5.1 Modulación de amplitud: gran portadora

$$\overline{\phi_{AM}^2(t)} = \frac{1}{2} A^2 + \frac{1}{2} \overline{f^2(t)}$$

$$\mu = \frac{P_{señal}}{P_{total}} = \frac{\overline{f^2(t)}}{A^2 + \overline{f^2(t)}}, \quad |f(t)|_{MAX} < A$$

- Si  $f(t) = mA \cos(\omega_0 t)$ ,  $m < 1$  (índice de modulación)

$$\overline{f^2(t)} = \frac{m^2 A^2}{2} \Rightarrow \mu = \frac{m^2}{2 + m^2} < 33\%$$



## 5.1 Modulación de amplitud: gran portadora

- Ej: Una estación de radio AM transmite una potencia portadora de 40kW y usa un índice de modulación de 0.707. Calcular la potencia de salida

$$\text{portadora} \Rightarrow \text{potencia } \frac{1}{2} A^2 = 40kW$$

$$f(t) \Rightarrow \text{potencia } \frac{1}{2} m^2 \left( \frac{1}{2} A^2 \right) = \frac{1}{2} \times 0.707^2 \times 40kW$$

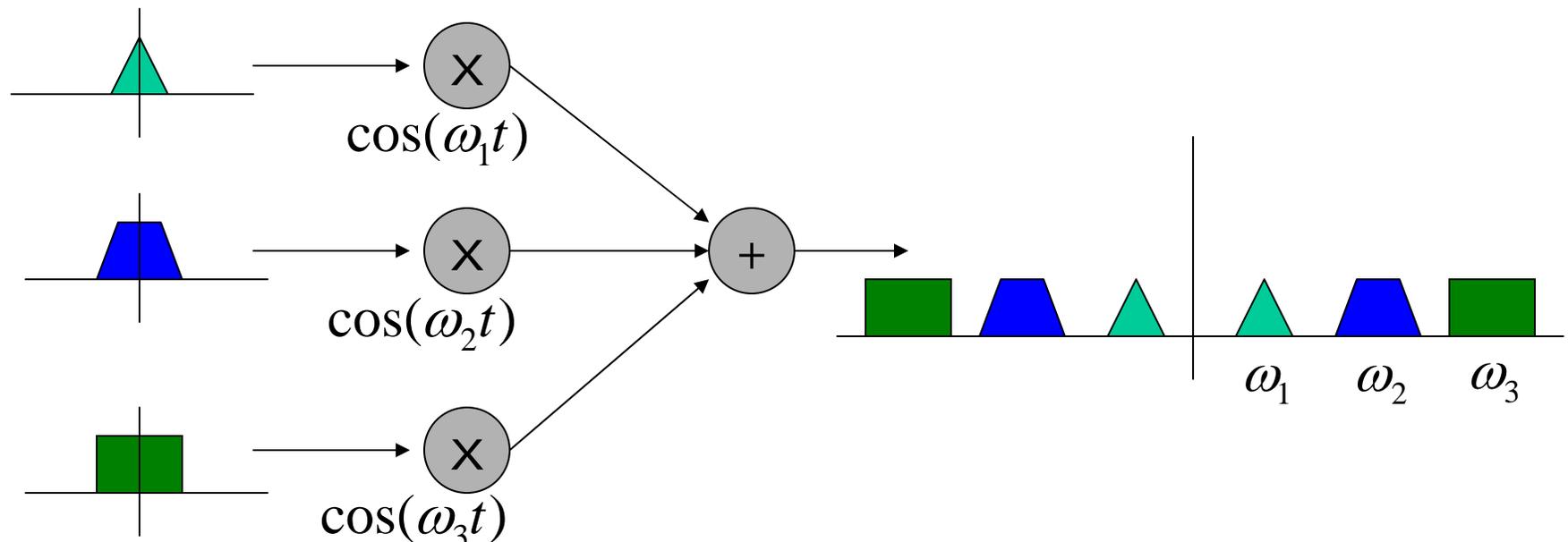
$$f(t) \Rightarrow \text{potencia } 10kW$$

$$A + f(t) \Rightarrow \text{potencia } 50kW$$



## 5.3 Multiplexión en frecuencia

- Es posible transmitir varias señales si se elige una frecuencia portadora distinta para cada una => FDM (multiplexión por división en frecuencia)



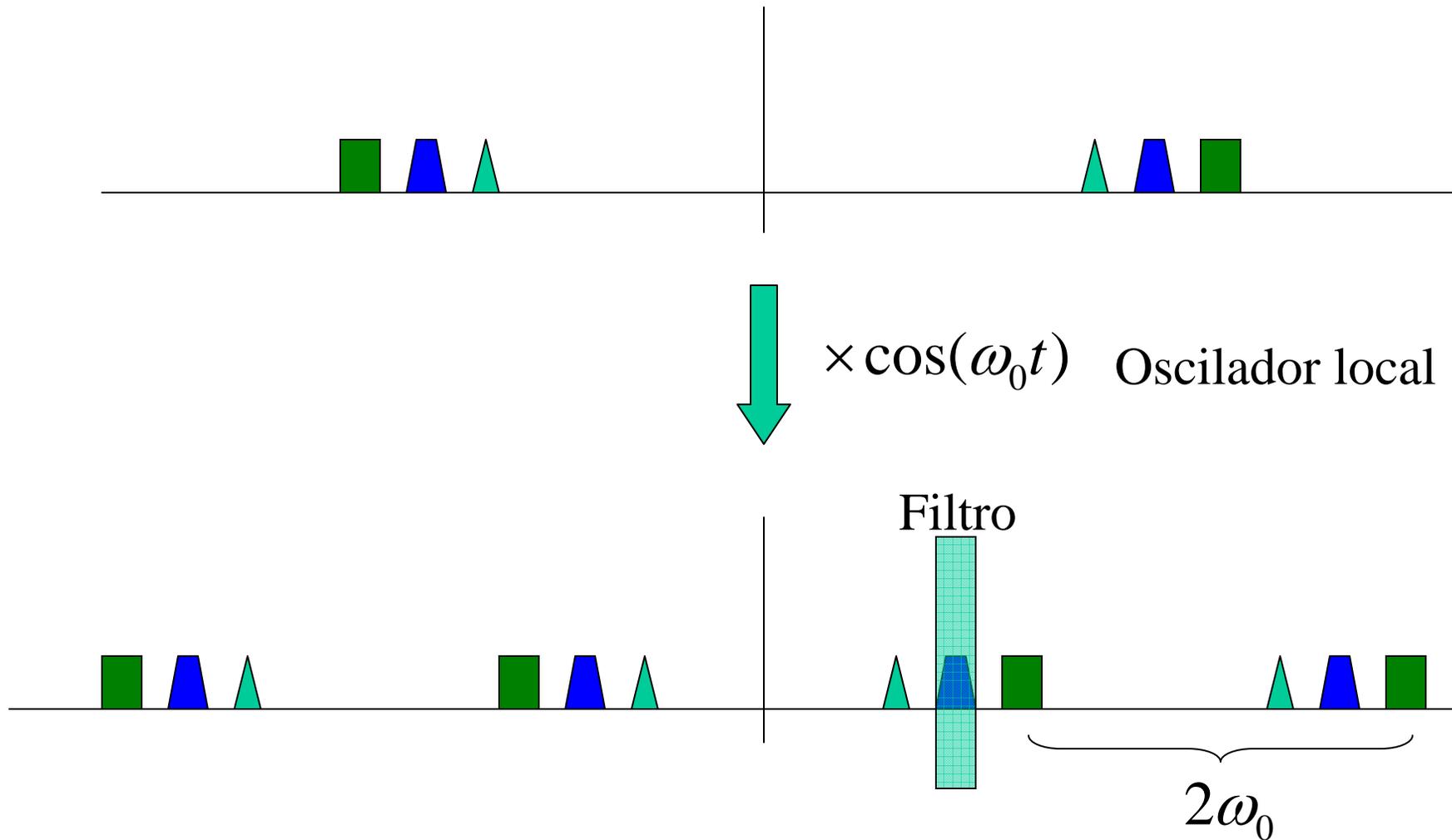


## 5.3 Multiplexión en frecuencia

- Para poder recuperar alguna de las señales, es necesario ocupar primero un filtro pasabandas, Idea: que se pueda mover para sintonizar distintas señales
- Fabricar un “pasabandas móvil” no es simple: problema.
- Solución: filtro pasabandas fijo, se desplaza la señal de entrada para que la señal de interés quede en la banda de paso => receptor superheterodino.

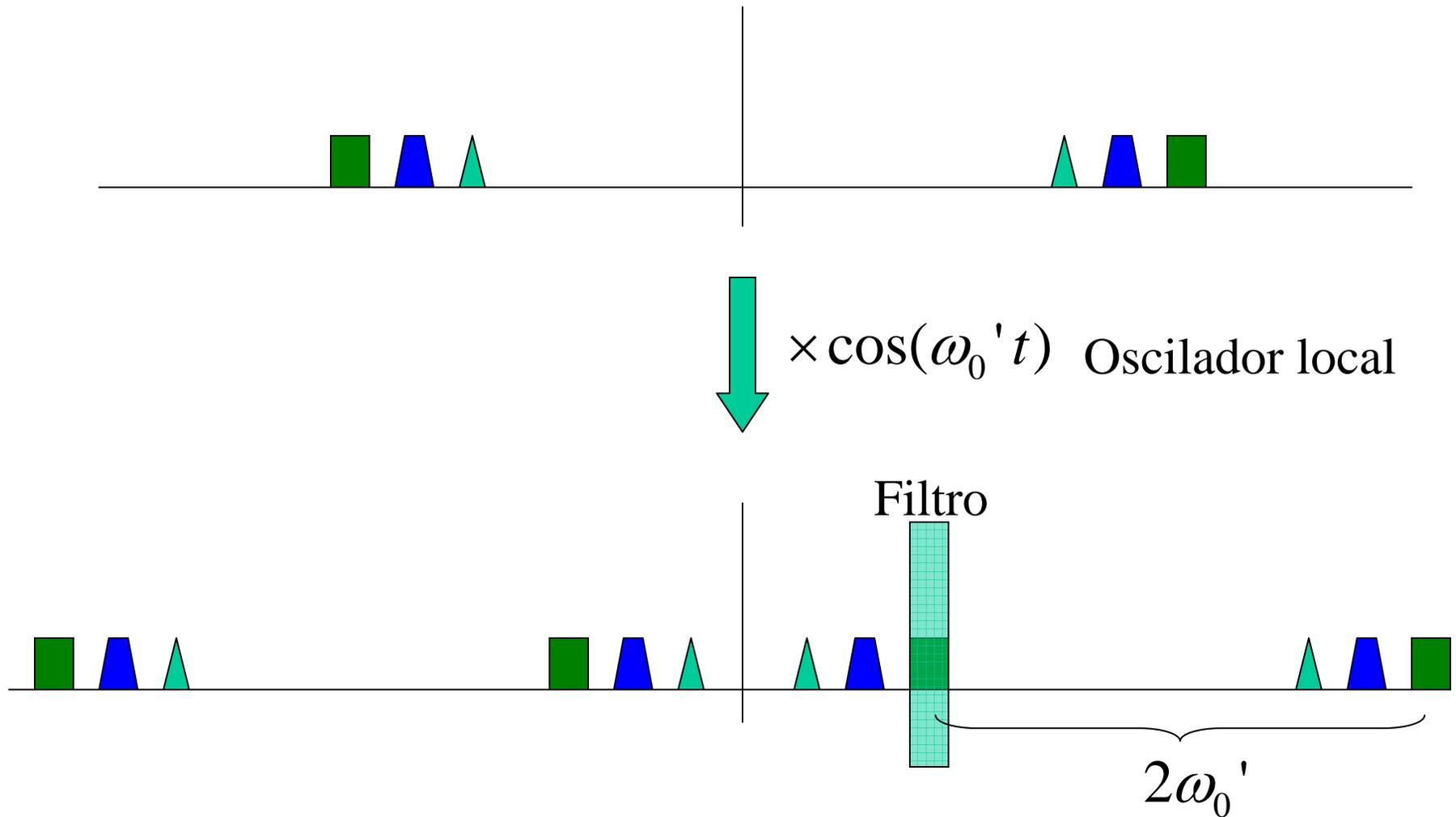


## 5.3 Multiplexión en frecuencia



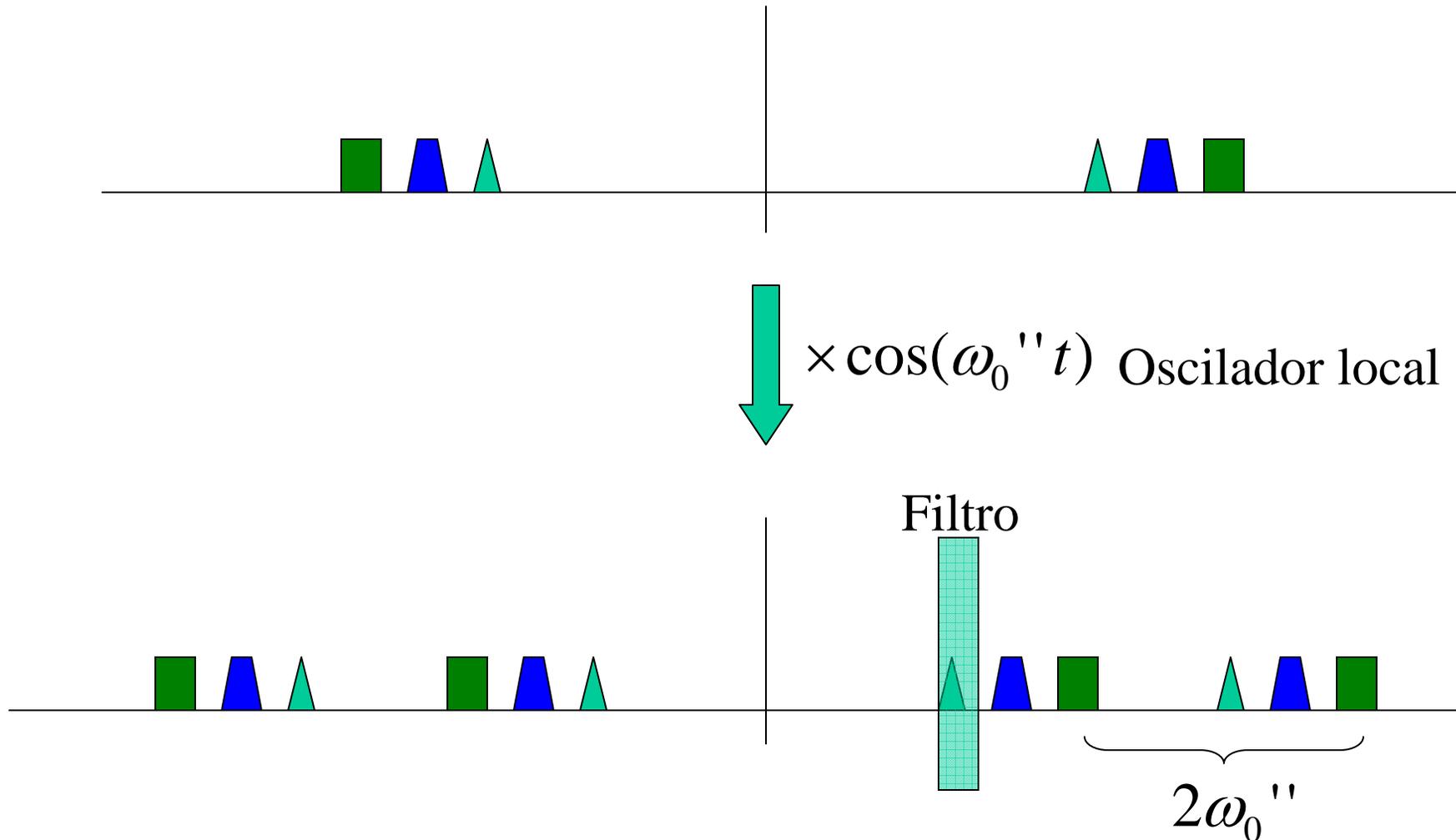


## 5.3 Multiplexión en frecuencia





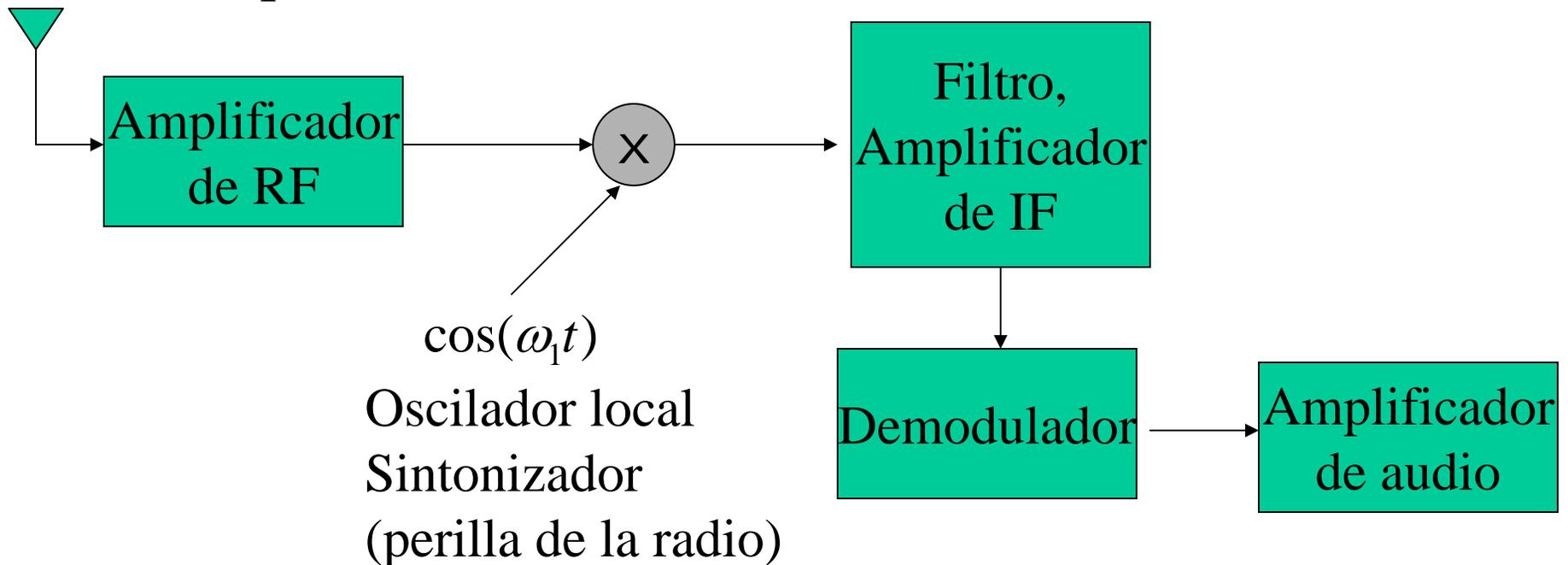
## 5.3 Multiplexión en frecuencia





## 5.3 Multiplexión en frecuencia

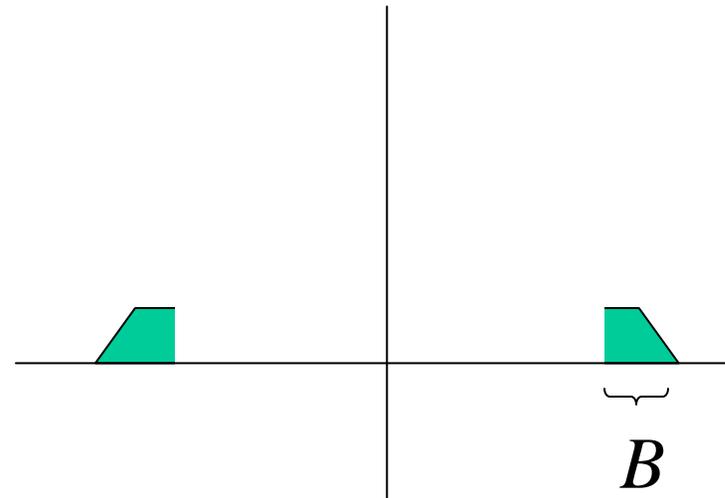
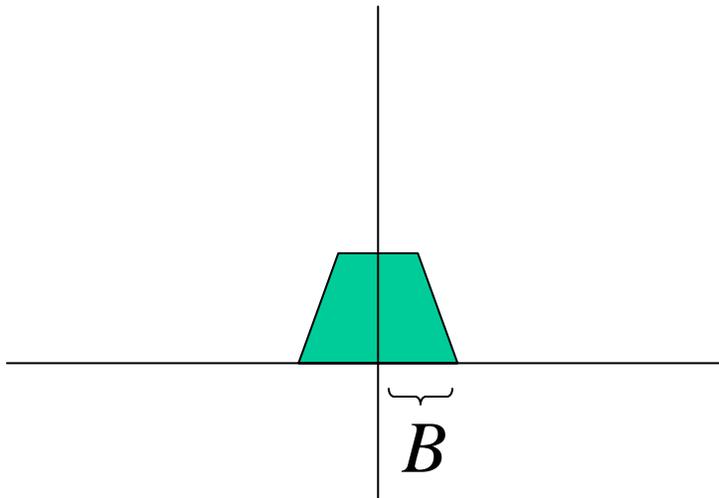
- Una vez que la señal de interés ha sido separada, su demodulación es simple (métodos ya vistos)
- Esquema:





## 5.3 Banda lateral única (SSB)

- A veces es molesto que se duplique el ancho de banda al modular AM
- Solución: eliminar una de las bandas laterales





## 5.3 Banda lateral única (SSB)

- Implementar este tipo de modulación es muy difícil, de hecho no se usa.

$$\phi_{SSB}(t) = f(t) \cos(\omega_c t) + \hat{f}(t) \text{sen}(\omega_c t)$$

$\hat{f}(t) = f(t)$  más  $90^\circ$  en cada frecuencia que contenga

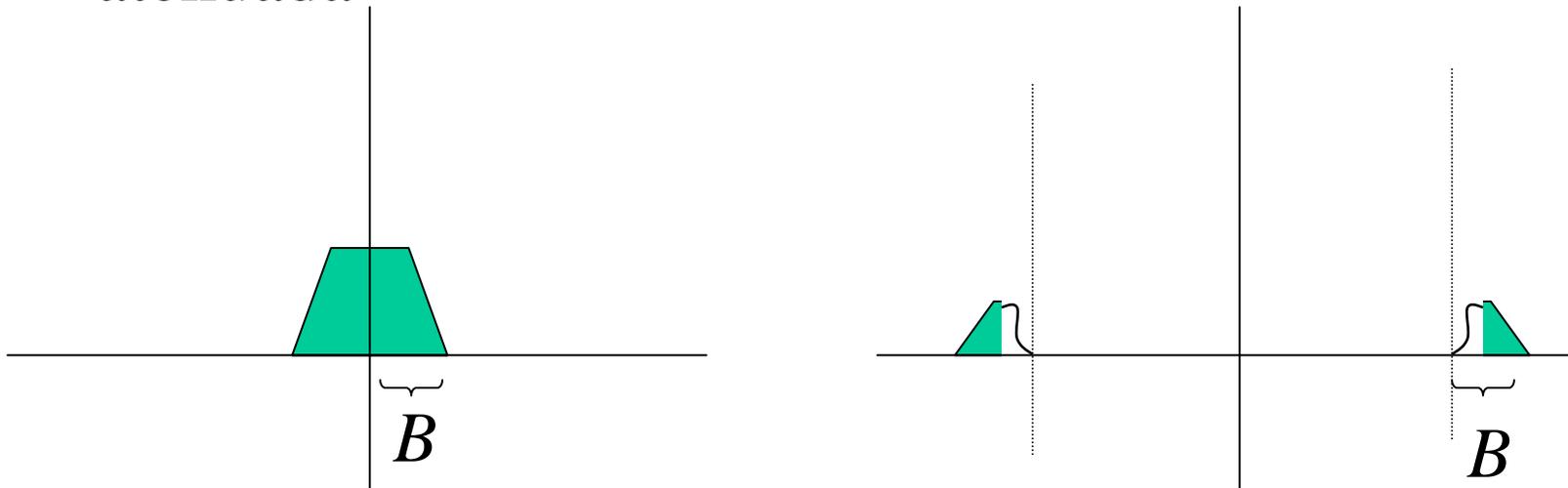
$$\hat{F}(\omega) = F(\omega) e^{j90^\circ} = jF(\omega)$$

- Sumarle  $90^\circ$  a cada frecuencia que contenga  $f(t)$  es complicado.



## 5.3 Banda lateral única (SSB)

- También se puede implementar de un modo “aproximado”: filtrando de modo que se elimine una de las bandas => como los filtros no son perfectos, la banda que debía quedar entera queda atenuada





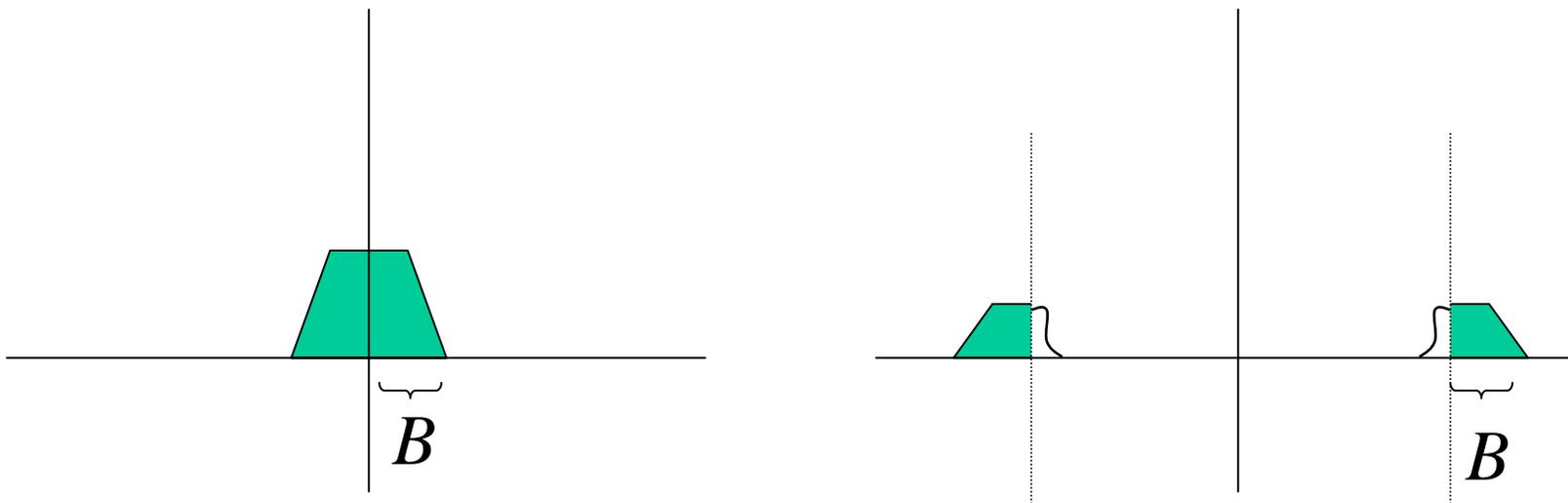
## 5.3 Banda lateral única (SSB)

- Se pueden demodular volviendo a multiplicar por  $\cos(\omega_c t)$  y filtrando pasabajos (igual que en el primer caso)
- En el caso “aproximado”, las bajas frecuencias pueden quedar un poco atenuadas (mirar gráfico anterior)



## 5.5 Banda lateral residual (VSB)

- Aquí se elimina una de las bandas usando un filtro  $\Rightarrow$  una de las bandas queda entera, pero la otra no se elimina completamente  $\Rightarrow$  queda un residuo





## 5.5 Banda lateral residual (VSB)

- Se pueden demodular volviendo a multiplicar por  $\cos(\omega_c t)$  y filtrando pasabajos (igual que en el primer caso)
- En este caso, las bajas frecuencias pueden quedar un poco amplificadas (mirar gráfico anterior)