Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Pauta Ejercicio 1. 2007

Profesor: Héctor Augusto.
Ayudante: David Clavijo C.

(i)

$$\dot{x}_1 = 2 \cdot x_2$$
$$\dot{x}_2 = -2 \cdot (x_1 - 1)^2 - 2 \cdot x_2 + 2 \cdot u(t)$$

Punto de operación

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2X_2 \\ -2(X_1 - 1)^2 - 2X_2 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ (X_1 - 1)^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ X_1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$ **Punto de equilibrio**

(ii)

$$u(t) = 4 + \delta \cdot sen(\omega \cdot t)$$

Puntos de operación

$u = 4$

Luego

$$\frac{d(X_1)}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad X_{op2} = 0$$
$$\frac{d(X_2)}{dt} = 0 \qquad 0 = -2(X_{op1} - 1)^2 - 2 * 0 + 2 * 4$$
$$4 = (X_{op1} - 1)^2$$
$$\mp 2 = (X_{op1} - 1)$$

$$Xop_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Xop_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Linealizar

En torno a $Xop_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$f(x,u) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 8 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - 3 \\ x_2 - 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} [u - 4]$$

$$f(x,u) = \begin{bmatrix} 2x_2 \\ -8x_1 + 24 - 2x_2 - 2u - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_2 \\ -8x_1 - 2x_2 + 2u + 16 \end{bmatrix}$$

$$f(x,u) = \begin{bmatrix} 2x_2 \\ -8x_1 + 8 - 2x_2 - 2u - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_2 \\ -8x_1 - 2x_2 + 24 \end{bmatrix}$$

En torno a $Xop_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$f(x,u) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 8 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 + 1 \\ x_2 - 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} [u - 4]$$

$$f(x,u) = \begin{bmatrix} 2x_2 \\ 8x_1 + 8 - 2x_2 + 2u - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_2 \\ 8x_1 - 2x_2 + 8 \end{bmatrix}$$

(iii)

Dado u_{op}=4

***X*=** $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -4(x_{1op} - 1) & -2 \end{bmatrix}$

Luego dado los puntos de operación

$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -8 & -2 \end{bmatrix}$ **,** $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$

Polos:

(a)

$\det\begin{bmatrix} 0-\lambda & 2 \\ -8 & -2-\lambda \end{bmatrix} =$ → $\det\begin{bmatrix} -\lambda & 2 \\ -8 & -2-\lambda \end{bmatrix} =$ $P = -1 \mp \sqrt{15}i$

(b)

$\det\begin{bmatrix} 0-\lambda & 2 \\ 8 & -2-\lambda \end{bmatrix}$ →$\det\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$→ $P_1 = -1 + \sqrt{17}$ **,** $P_2 = -1 - \sqrt{17}$

Luego

(a)Existe un punto de operación estable → estabilidad local, dependiente del parámetro delta(coeficiente de amplitud de la función seno), y depende del punto de inicio o condición inicial.
(b) es inestable dado que la parte real del polo es mayor que cero (se encuentra en el semi plano derecho).