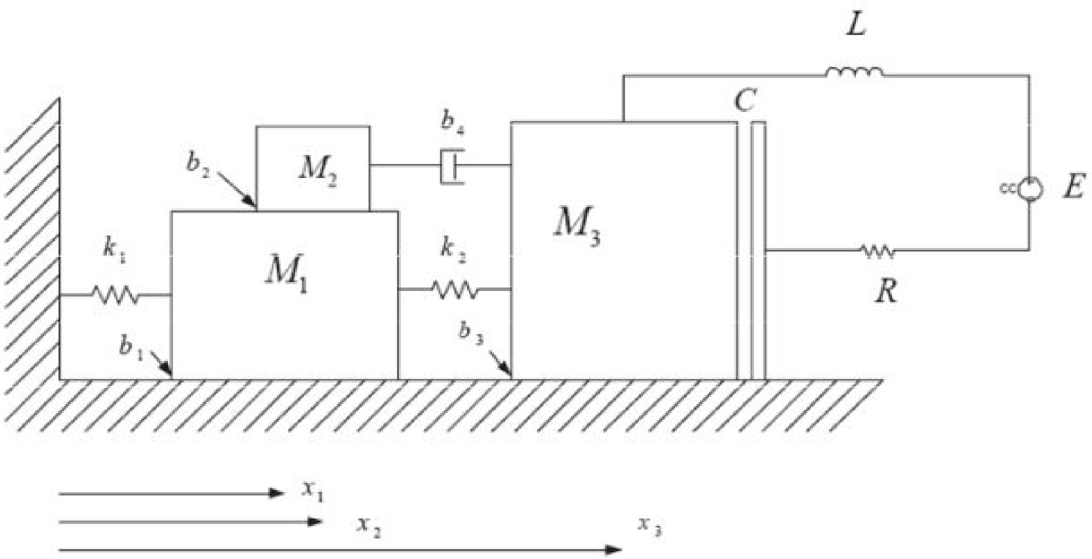
Pauta Control 1 primavera 2007

Análisis y Modelación de Sistemas Dinámicos

Pregunta 1



(a) **(1 punto)**

La entrada del sistema es claramente la fuente de voltaje (f.e.m.) en el circuito eléctrico. Por otro lado la salida del sistema es la corriente eléctrica del circuito u otra coherente.

En cuanto a los estados del sistema, se puede decir que estos son 8 en total y corresponden a tres variables espaciales y sus respectivas derivadas además de la carga y su derivada (corriente) en el circuito eléctrico. Así por ejemplo una forma de expresar las variables de estado del sistema es lo propuesto a continuación:

$$
\begin{array}{cc}
x_1 & \dot{x}_1 \\
x_2 & \dot{x}_2 \\
x_3 & \dot{x}_3 \\
q & \dot{q}
\end{array}
$$

Del mismo modo, quedan determinados los parámetros del sistema. Por mencionar varios están:

- Resistencia
- Inductancia
- Permeabilidad del Aire

- Roces varios
- Masas
- Largos Naturales
- Distancia “b”
- etc...

La entrada responde a una clasificación por ejemplo del tipo determinística, en tiempo continuo, causal, etc. Finalmente, entre alguna de las hipótesis simplificatorias que se pueden realizar están el suponer conductividad perfecta de M3, roces viscosos proporcionales a la velocidad, despreciar el roce con el aire, aire como dieléctrico, largo natural 0, etc.

(b) **(1 punto)**

Las coordenadas generalizadas son las distancias y la carga. Además se tienen 8 variables de estado.

(c) **(2 punto)**

Energía Cinética:

$$T=\frac{1}{2}(M_1\dot{x}_1^2+M_2\dot{x}_2^2+M_3\dot{x}_3^2+L\dot{q}^2)$$

Energía Potencial:

$$V=\frac{1}{2}(k_1 x_1^2+k_2(x_3-x_1)^2+\frac{x_3}{\varepsilon A}q^2+2\mathrm{Eq})$$

Energía Disipada por el Sistema:

$$\Re=\frac{1}{2}(b_1\dot{x}_1^2+b_2(\dot{x}_2-\dot{x}_1)^2+b_3\dot{x}_3^2+b_4(\dot{x}_3-\dot{x}_2)^2+R\dot{q}^2)$$

Las fuerzas externas al sistemas es nada más que el voltaje de entrada (f.e.m.)

(d) **(1 punto)**

El lagrangeano se define como T-V, luego, la ecuación a resolver es:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}-\frac{\partial L}{\partial x_i}=\frac{\partial R}{\partial \dot{x}_i},\forall i\in Sistema$$

Así, expandiendo la ecuación las cuatro veces correspondiente ($x_{1,}x_{2,}x_{3,}q$)se obtienen los siguientes 4 modelos matemáticos que rigen el sistema:

$$M_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - k_2 (x_3 - x_1) = -b_1 \dot{x}_1 - b_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$
$$M_2 \ddot{x}_2 = -b_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + b_4 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$$
$$M_3 \ddot{x}_3 + k_2 (x_3 - x_1) + \frac{q^2}{2 \varepsilon A} = -b_3 \dot{x}_3 - b_4 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$$
$$L \ddot{q} + \frac{q x_3}{\varepsilon A} - E = -R \dot{q}$$

(e) **(1 punto)**

Características del sistema:

- Artificial
- Determinístico
- Monovariable
- No lineal
- En tiempo continuo
- Parámetros concentrados
- Invariante en el tiempo
- Causal
- Sin memoria