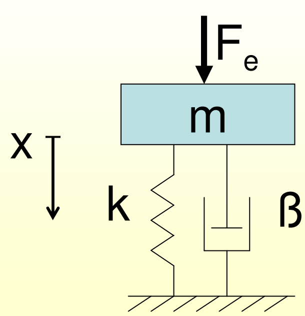
EL32D- Análisis y Modelación de Sistemas Dinámicos

Prof: Héctor Agusto A

Modelación Fenomenológica

- Ejemplo Mecánico: Sistema Resorte-Amortiguador



Modelos Empíricos ARX

Resultado Ajuste:

α_0	α_1	α_2	β
0,5963	-1,2188	1,0000	0,1894

$$\alpha_2 \cdot y_{t+2} + \alpha_1 \cdot y_{t+1} + \alpha_0 \cdot y_t = \beta_1 \cdot u_t$$

Modelación Fenomenológica

Planteando DCL

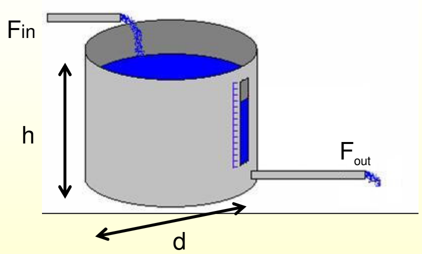
$$m \cdot \ddot{x} + \beta \cdot \dot{x} + k \cdot x = F_e + m \cdot g$$

$$\alpha_2 \cdot y_{t+2} + \alpha_1 \cdot y_{t+1} + \alpha_0 \cdot y_t = \beta_1 \cdot u_t$$

Encontrar relación entre parámetros

Ejemplo 2

- Comparar el modelo fenomenológico del siguiente sistema



Cuando el flujo de salida es:

a) lineal

b) no lineal

Ej2: Modelación Fenomenológica

1.- Si $F_{out} = k \cdot h$

$$\dot{h} + \frac{K}{A} h = \frac{F_{in}}{A}$$

2.- Si $F_{out} = k' \cdot \sqrt{h}$

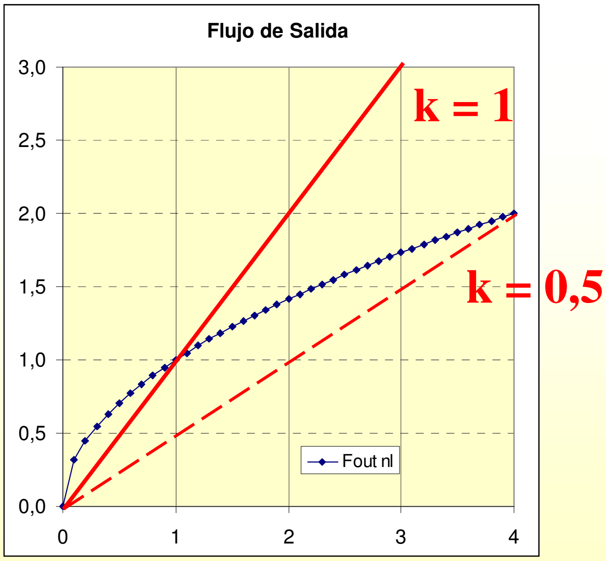
$$\dot{h} + \frac{K'}{A} \cdot \sqrt{h} = \frac{F_{in}}{A}$$

¿Qué relación existe entre k y k'?

Ej2: Modelación Fenomenológica

k' = 1

$$F_{out} = \sqrt{h}$$



Ej2: Modelación Fenomenológica

¿Qué relación existe entre k y k'?

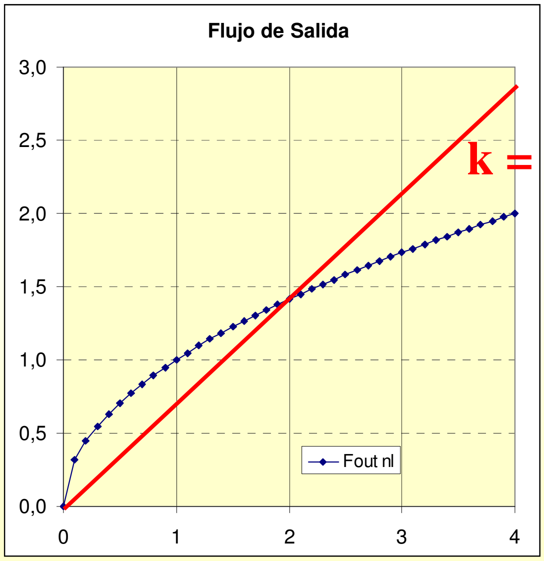
Depende de rango de operación

Comparar los modelos para el vaciado desde el nivel h = 4 mts

Ej2: Modelación Fenomenológica

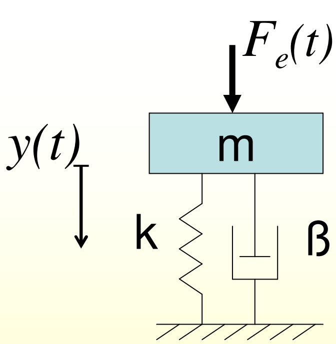
$k' = 1$

$F_{out} = \sqrt{h}$



$k = 0,7$

Sistema Resorte-Amortiguador



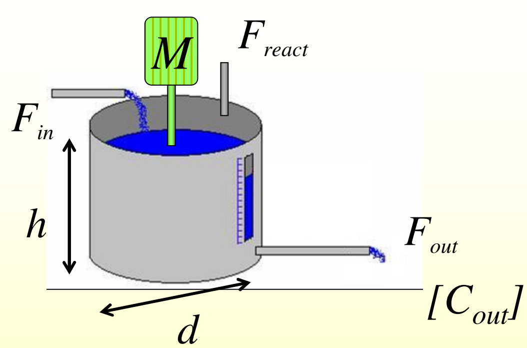
$y(t) = ?$

$t \in [t_0, t_1)$

Sistema Resorte-Amortiguador

$$y(t) = f\,\{\, \underbrace{y(t_0)\,,\, dy(t_0)/dt}_{\textbf{ESTADO}}\,,\, F_{e[t_0,t)} \,\}$$

Estanque de preparación



$[C_{out}](t) = ?$

$t \in [t_0, t_1)$

Sistema Resorte-Amortiguador

$$[C_{out}](t) = f\left\{ \begin{array}{c} h(t_0),\ [C](t_0) \\ M_{tot}(t_0),\ M_{react}(t_0) \\ M_{agua}(t_0), V_{react}(t_0) \\ Etc. \end{array} ,\ F_{in[t_0,t)}\ ,\ F_{react[t_0,t)} \right\}$$

$$\underbrace{\hspace{6em}}_{\textbf{ESTADO}}$$

Elementos de un Sistema

Variables internas

Entradas u → **Estado (x)** **Parámetros** → Salidas (y)

Variables "externas"

Representación en Variables de Estado

Ecuación de estado:

$$x(t) = h(\, x(t_0)\,, u(t_0,t)\,)$$

Ecuación diferencial de estado:

$$\dot{x}(t) = f\,(\, x(t)\,, u(t)\,, t\,)$$

Salida del Sistema:

$$y(t) = g\,(\, x(t)\,, u(t)\,, t\,)$$

Estados Equivalentes

Si

$$A\{\, x_1(t_0)\,,\, u_{[t_0,t)}\,\} = A\{\, x_2(t_0)\,,\, u_{[t_0,t)}\,\}$$

$$\forall\, t_0\,,\, t$$

$\Rightarrow$ x_1 y x_2 son estados equivalentes

Sistema en su forma reducida

Si un sistema se dice que está en su forma reducida si no tiene estados equivalentes distintos.

Estados Equivalentes para Sistemas Distintos

Sean los sistemas A y B

$$y_a(t) = A_a \{ x_a(t_0), u_{[t_0,t)} \}$$
$$y_b(t) = A_b \{ x_b(t_0), u_{[t_0,t)} \}$$

Si $y_a = y_b \quad \forall t_0, t$

$\Rightarrow$ x_a y x_b son estados equivalentes para sistemas distintos

Dpto. Ingeniería Eléctrica- fcfm - Universidad de Chile EL32D- Análisis y Modelación de Sistemas Dinámicos

Sistemas Equivalentes

Sean los sistemas A y B

$$\forall x_a,\ \exists x_b\ t.q.\ \ A_a\{x_a, u\} = A_b\{x_b, u\}\ \ \forall u$$

$$\forall x_b,\ \exists x_a\ t.q.\ \ A_a\{x_a, u\} = A_b\{x_b, u\}\ \ \forall u$$

$\Leftrightarrow$ A$\equiv$ B (Los sistemas son equivalentes)

Separación de la Salida

$$A\{\,x(t_0),\, u\,u'\} = A\{\,x(t_0),\, u\}\,A\{\,x(t_1),\, u'\}$$

u segmento de entrada en $[t_0,t_1)$

u' segmento de entrada en $[t_1,t_2)$

$$y(t)=A\{\,x(t_0),\, u_{[t_0,t)}\,\} = A\{\,x(t_1),\, u_{[t_1,t)}\,\}$$

$$\forall t_1\ \ t_0<t_1<t$$

Estados Cero

Si

$$g\,(x_0\,,\,0,\,t\,)=0$$

$$\forall\, t_0$$

$\Rightarrow\ x_0$ es estado cero

Estados de Equilibrio

Si

$$h\{\,x_e\,,\,0\,\}=x_e \quad o$$

$$f\{\,x_e\,,\,0\,\}=0$$

$$\forall\, t>t_0$$

$\Rightarrow\ x_e$ es estado de equilibrio