Examen

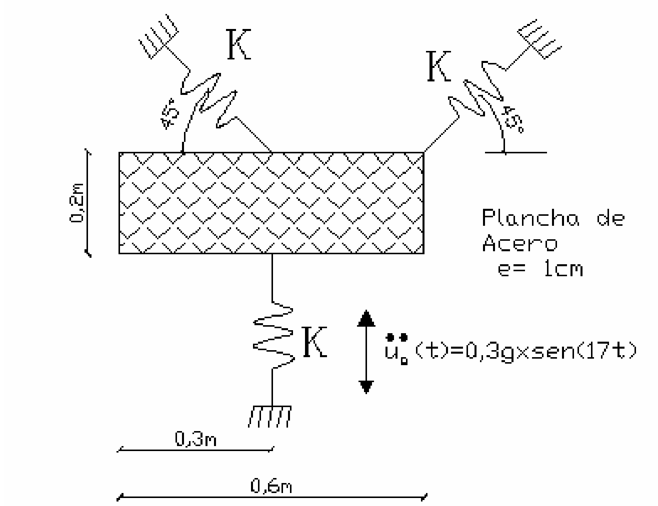
CI42G Dinámica de Estructuras

Prof: Rubén Boroschek Krauskopf.

Aux: Francisco Hernández Prado.

Miércoles 22 de Noviembre de 2006

P1. Para la estructura que se muestra en la figura determine el giro máximo del centro de gravedad de la plancha de acero ante un sismo vertical del tipo sinusoidal. Considere solo régimen permanente.



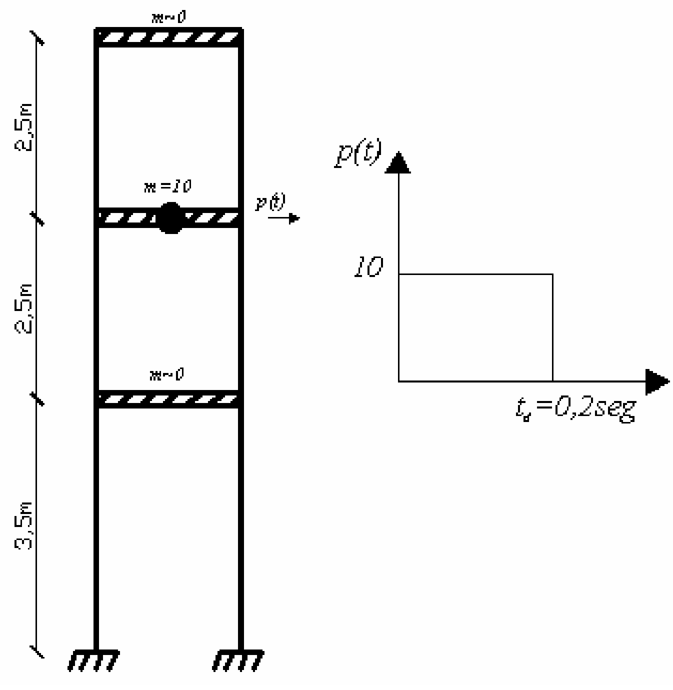
$\beta_1 = 5\%$

$\beta_3 = 3\%$

$K = 200\ {kgf}/{m}$

$g = 9{,}8\ {m}/{s^2}$

P2. Para el edificio de corte que se muestra en la figura determine el máximo corte basal que se produce por un impacto horizontal en el segundo piso. El segundo piso posee una masa bastante mayor al piso 1 y 3, por tanto condensar los grados de libertad estáticos. Desprecie el amortiguamiento.



$EI = 1000\ kgf \cdot m^2$

$po = 10\ kgf$

$m_2 = 10\ kgf \cdot s^2 / m$

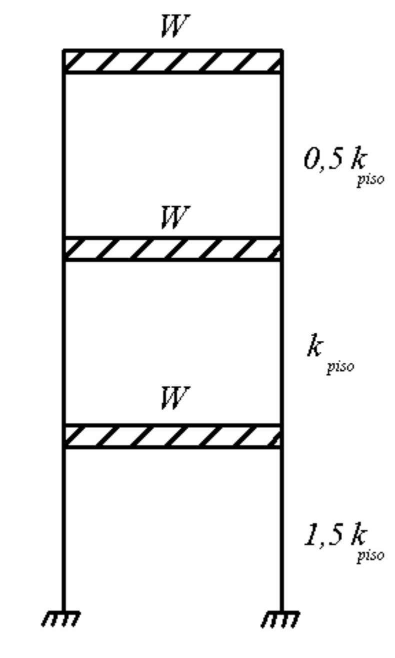
Examen

CI42G Dinámica de Estructuras

Prof: Rubén Boroschek Krauskopf.
Aux: Francisco Hernández Prado.

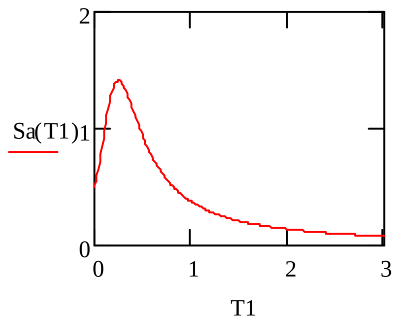
Miércoles 22 de Noviembre de 2006

P3. Para la estructura que se muestra en la figura determine los desplazamientos máximos de piso, los desplazamientos relativos máximos de entre piso, y el corte máximo basal, Considerando sismo horizontal representado por el espectro. Utilice combinación del tipo SRSS ó CQC.



Espectro sísmico.

$$Sa(T) := 0.5 \cdot \frac{\left[1 + 4.5 \cdot \left(\frac{T}{0.3}\right)^{1.5}\right]}{\left[1 + \left(\frac{T}{0.3}\right)^{3}\right]}$$



$W = 10\ tonf$

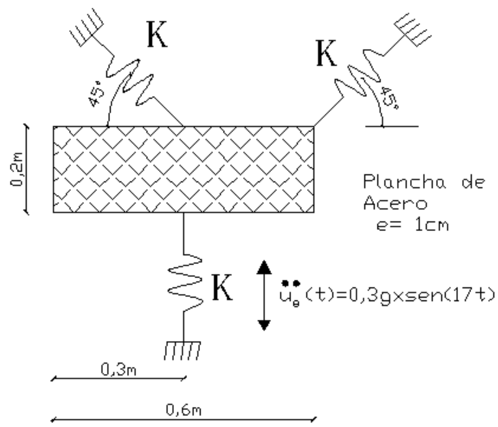
$k_{piso} = 1000\ tonf/m$

$g = 9{,}8\ m/s^2$

Pauta Examen CI42G: (Primavera 2006)

ORIGIN $\equiv$ 1

P1 :



$a := 0.2$ $\quad b := 0.6$

$\beta_1 := 5\%$ $\quad \beta_3 := 3\%$

$g := 9.8$ $\quad k := 200$

$ugo := 0.3 \cdot g$ $\quad wsol := 17$

$\gamma := 7850 \cdot \frac{0.01}{g}$ $\quad \gamma = 8.01$

Matriz de Masa y Rigidez:

$$M := \begin{pmatrix} \gamma \cdot a \cdot b & 0 & 0 \\ 0 & \gamma \cdot a \cdot b & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \cdot a \cdot b \cdot \frac{a^2 + b^2}{12} \end{pmatrix} \qquad M = \begin{pmatrix} 0.9612 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9612 & 0 \\ 0 & 0 & 0.032 \end{pmatrix}$$

$$K := \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{b - 2a}{4} \\ 0 & 2 & \frac{b}{4} \\ \frac{b - 2a}{4} & \frac{b}{4} & \frac{(b - a)^2 + a^2}{8} \end{bmatrix} \cdot k \qquad K = \begin{pmatrix} 200 & 0 & 10 \\ 0 & 400 & 30 \\ 10 & 30 & 5 \end{pmatrix}$$

Períodos, frecuencias angulares y formas modales:

$$w := \sqrt{\mathrm{eigenvals}\left(M^{-1} \cdot K\right)} \qquad w = \begin{pmatrix} 7.363 \\ 14.932 \\ 22.430 \end{pmatrix} \qquad T := \frac{2 \cdot \pi}{w} \qquad T = \begin{pmatrix} 0.853 \\ 0.421 \\ 0.280 \end{pmatrix}$$

$$\Phi := \mathrm{eigenvecs}\left(M^{-1} \cdot K\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} -0.067 & 0.568 & -0.033 \\ -0.086 & -0.131 & -0.338 \\ 0.994 & 0.813 & -0.941 \end{pmatrix}$$

Masa Modal y rigidez Modal: $\quad i := 1 .. 3$

$$Mm := \Phi^T \cdot M \cdot \Phi \quad Mm = \begin{pmatrix} 0.043 & 0 & 0 \\ 0 & 0.348 & 0 \\ 0 & 0 & 0.139 \end{pmatrix} \qquad Km := \Phi^T \cdot K \cdot \Phi \quad Km = \begin{pmatrix} 2.335 & 0 & 0 \\ 0 & 77.541 & 0 \\ 0 & 0 & 69.919 \end{pmatrix}$$

Rayleigth:

$$ctesRayleigth := 2\begin{pmatrix} \frac{1}{w_1} & w_1 \\ \frac{1}{w_3} & w_3 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_3 \end{pmatrix} \qquad ctesRayleigth = \begin{pmatrix} 0.663 \\ 1.358 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\beta_2 := \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{ctesRayleigth_1}{w_2} + ctesRayleigth_2 \cdot w_2\right) \qquad \beta_2 = 3.233\,\%$$

(Amortiguamiento Modo 2)

Factor de Participación Modal:

$$r := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad Lm := \Phi^T \cdot M \cdot r \qquad Lm = \begin{pmatrix} -0.082 \\ -0.126 \\ -0.325 \end{pmatrix}$$

(Participan todos los modos, modos acoplados)

Calculo de FAD (D) y de desfase angular (θ), para cada modo:

$$\delta_i := \frac{wsol}{w_i} \qquad \delta = \begin{pmatrix} 2.309 \\ 1.139 \\ 0.758 \end{pmatrix} \qquad D_i := \frac{1}{\sqrt{\left[1-(\delta_i)^2\right]^2 + (2\cdot\beta_i\cdot\delta_i)^2}} \qquad D = \begin{pmatrix} 0.231 \\ 3.276 \\ 2.337 \end{pmatrix}$$

$$\theta_i := \operatorname{atan}\left[\frac{2\cdot\beta_i\cdot\delta_i}{1-(\delta_i)^2}\right] \qquad \theta = \begin{pmatrix} -0.053 \\ -0.244 \\ 0.106 \end{pmatrix}$$

(desfase angular por modos)

Los Amplitudes de giros o máximos giros por modos son:

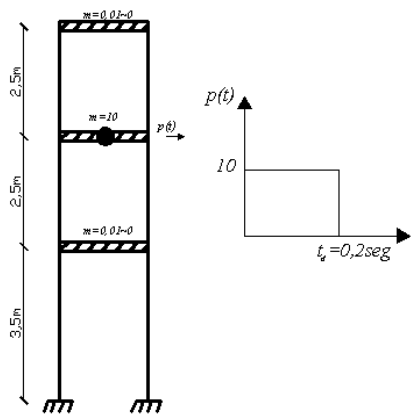
$$\theta m_i := \frac{-ugo\cdot Lm_i \cdot D_i \cdot \Phi_{3,i}}{Km_{i,i}} \qquad \theta m = \begin{pmatrix} 0.0238 \\ 0.0127 \\ -0.0300 \end{pmatrix}$$

(máximo giro por modo)

El maximo giro es:

$$\theta max := \sqrt{\left[\sum_{k=1}^{3}\left(\theta m_k \cdot \sin(\theta_k)\right)\right]^2 + \left[\sum_{k=1}^{3}\left(\theta m_k \cdot \cos(\theta_k)\right)\right]^2} \qquad \theta max = 0.0098$$

P2 : **Pauta Examen CI42G: (Primavera 2006)**



$h1 := 2.5 \quad h2 := 2.5 \qquad h3 := 3.5$

$m := 10 \qquad EI := 1000$

$td := 0.2$

$po := 10$

Matriz de Rigidez:

$$K := \begin{pmatrix} \frac{24\cdot EI}{h1^3} + \frac{24\cdot EI}{h2^3} & -\frac{24\cdot EI}{h1^3} & \frac{-24\cdot EI}{h2^3} \\ -\frac{24\cdot EI}{h1^3} & \frac{24\cdot EI}{h1^3} & 0 \\ \frac{-24\cdot EI}{h2^3} & 0 & \frac{24\cdot EI}{h2^3} + \frac{24\cdot EI}{h3^3} \end{pmatrix} \qquad K = \begin{pmatrix} 3072 & -1536 & -1536 \\ -1536 & 1536 & 0 \\ -1536 & 0 & 2095.767 \end{pmatrix}$$

Condensacion de Matriz de Rigidez:

$Kaa := K_{1,1} \qquad Kaa = 3072$

$i := 1..2$

$Kap_{1,i} := K_{1,i+1} \qquad Kap = (-1536 \;\; -1536) \qquad Kpa := Kap^T \qquad Kpa = \begin{pmatrix} -1536 \\ -1536 \end{pmatrix}$

$j := 1..2$

$Kpp_{i,j} := K_{i+1,j+1} \qquad Kpp = \begin{pmatrix} 1536 & 0 \\ 0 & 2095.767 \end{pmatrix}$

$Kcond := Kaa - Kap\cdot Kpp^{-1}\cdot Kpa \qquad Kcond = 410.256$ (matriz de rigidez condensada)

$w := \sqrt{\frac{Kcond}{m}} \qquad w = 6.405 \qquad T := \frac{2\cdot\pi}{w} \qquad T = 0.981$

$\frac{td}{T} = 0.204$ (El maximo desplazamiento ocurre en Fase II), y es menor que 0,25 por lo que se puede utilizar Teoría de impacto corto.

Utilizando Teoria de impacto corto.

$$v(t) = \frac{1}{m \cdot w} \cdot \left(\int_0^{td} p(t) \partial t \right) \cdot sen(w \cdot t)$$

Luego el desplazamiento máximo es (dos formas):

$vmax := \frac{po \cdot td}{m \cdot w}$ $vmax = 0.031$ $vpisos := -Kpp^{-1} \cdot Kpa \cdot vmax$ $vpisos = \begin{pmatrix} 0.031 \\ 0.023 \end{pmatrix}$

El corte máximo será simplemente:

$Qmax := Kcond \cdot vmax$ $Qmax = 12.81$ $Qmax := \frac{24 \cdot EI}{h3^3} \cdot vpisos_2$ $Qmax = 12.81$

Luego utilizando el espectro de impacto, se puede obtener el maximo desplazamineto:

$D := 2 \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{td}{T} \right)$ $D = 1.195$ Amplificacion dinámica.

$vmax := \frac{po}{Kcond} \cdot D$ $vmax = 0.029$

El corte máximo será simplemente:

$Qmax := Kcond \cdot vmax$ $Qmax = 11.952$

Notar que el corte máximo es igual a la carga por el factor de amplificacion dinámico (D)

Si se piensa en aceleraciones, la aceleracion maxima será w^2 x vmax (Fase II), con lo que se obtiene el mismo resultado.

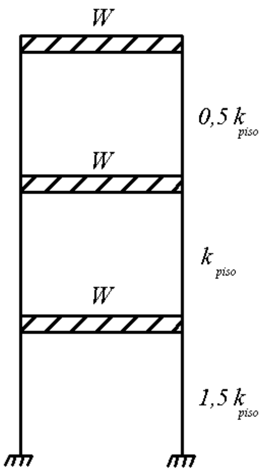
Ademas como participa escencialmente un modo (estructura de 1GDL), se obtiene los desplazamientos máximos de los otros pisos

$vpisos := -Kpp^{-1} \cdot Kpa \cdot vmax$ $vpisos = \begin{pmatrix} 0.029 \\ 0.021 \end{pmatrix}$

Luego el corte máximo será:

$Qmax := \frac{24 \cdot EI}{h3^3} \cdot vpisos_2$ $Qmax = 11.952$

P3 : **Pauta Examen CI42G: (Primavera 2006)**

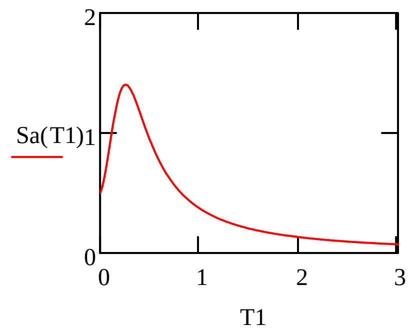


$kpiso := 1000$

$W := 10$

$g := 9.8$

$$Sa(T) := 0.5 \cdot \frac{1 + 4.5 \cdot \left(\frac{T}{0.3}\right)^{1.5}}{1 + \left(\frac{T}{0.3}\right)^{3}}$$



Matriz de Masa y Rigidez:

$$M := \begin{pmatrix} W & 0 & 0 \\ 0 & W & 0 \\ 0 & 0 & W \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{g} \qquad M = \begin{pmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{pmatrix}$$

$$K := \begin{pmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 1.5 & -1 \\ 0 & -1 & 2.5 \end{pmatrix} \cdot kpiso \qquad K = \begin{pmatrix} 500 & -500 & 0 \\ -500 & 1500 & -1000 \\ 0 & -1000 & 2500 \end{pmatrix}$$

Períodos, frecuencias angulares y formas modales:

$$w := \sqrt{\mathrm{eigenvals}\left(M^{-1} \cdot K\right)} \qquad w = \begin{pmatrix} 14.273 \\ 33.529 \\ 55.516 \end{pmatrix} \qquad T := \frac{2 \cdot \pi}{w} \qquad T = \begin{pmatrix} 0.44 \\ 0.187 \\ 0.113 \end{pmatrix}$$

$$\Phi := \mathrm{eigenvecs}\left(M^{-1} \cdot K\right) \qquad \Phi = \begin{pmatrix} -0.843 & 0.528 & 0.102 \\ -0.493 & -0.683 & -0.539 \\ -0.215 & -0.505 & 0.836 \end{pmatrix}$$

$$Mm := \Phi^{T} \cdot M \cdot \Phi \qquad Km := \Phi^{T} \cdot K \cdot \Phi$$

$$Mm = \begin{pmatrix} 1.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \end{pmatrix} \qquad Km = \begin{pmatrix} 207.887 & -0 & -0 \\ 0 & 1147.14 & -0 \\ -0 & 0 & 3144.973 \end{pmatrix}$$

Calculando el Corte basal Máximo $i := 1..3$

$$r := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad Lm := \Phi^T \cdot M \cdot r \quad Lm = \begin{pmatrix} -1.583 \\ -0.674 \\ 0.407 \end{pmatrix} \quad Meff_i := \frac{(Lm_i)^2}{Mm_{i,i}} \quad Meff = \begin{pmatrix} 2.454 \\ 0.445 \\ 0.162 \end{pmatrix}$$

$$Saa_i := Sa(T_i) \quad Saa = \begin{pmatrix} 1.082 \\ 1.295 \\ 0.969 \end{pmatrix} \quad \sum_{k=1}^{3} Meff_k = 3.061 \quad \sum_{k=1}^{3} M_{k,k} = 3.061$$

$$Qmodal_i := Meff_i \cdot Saa_i \quad Qmodal = \begin{pmatrix} 2.655 \\ 0.576 \\ 0.157 \end{pmatrix}$$

$$Qmax := \sqrt{\sum_{k=1}^{3} (Qmodal_k)^2} \quad Qmax = 2.721$$

Desplazamientos Máximos de Piso

$$Ymax_i := \frac{Lm_i \cdot Saa_i}{Mm_{i,i} \cdot (w_i)^2} \quad Ymax = \begin{pmatrix} -0.0082 \\ -0.0008 \\ 0.0001 \end{pmatrix}$$

$$vmax1_i := \Phi_{i,1} \cdot Ymax_1 \quad vmax1 = \begin{pmatrix} 0.0069 \\ 0.0041 \\ 0.0018 \end{pmatrix} \quad vmax2_i := \Phi_{i,2} \cdot Ymax_2 \quad vmax2 = \begin{pmatrix} -0.0004 \\ 0.0005 \\ 0.0004 \end{pmatrix}$$

$$vmax3_i := \Phi_{i,3} \cdot Ymax_3 \quad vmax3 = \begin{pmatrix} 0.0000 \\ -0.0001 \\ 0.0001 \end{pmatrix}$$

$$\Delta max_i := \sqrt{(vmax1_i)^2 + (vmax2_i)^2 + (vmax3_i)^2} \quad \Delta max = \begin{pmatrix} 0.007 \\ 0.0041 \\ 0.0018 \end{pmatrix}$$

Desplazamientos Máximos Relativos de Piso

$j := 1..2$

$$\Delta relmax_j := \sqrt{(vmax1_j - vmax1_{j+1})^2 + (vmax2_j - vmax2_{j+1})^2 + (vmax3_j - vmax3_{j+1})^2}$$

$$\Delta relmax_3 := \Delta max_3 \quad \Delta relmax = \begin{pmatrix} 0.0030 \\ 0.0023 \\ 0.0018 \end{pmatrix}$$