

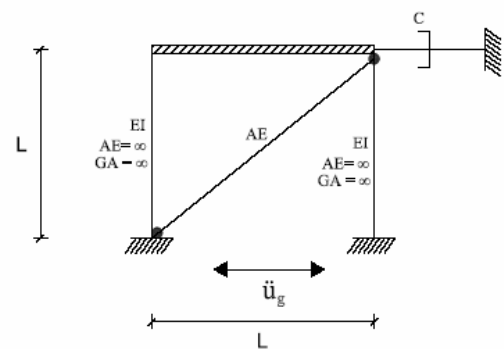
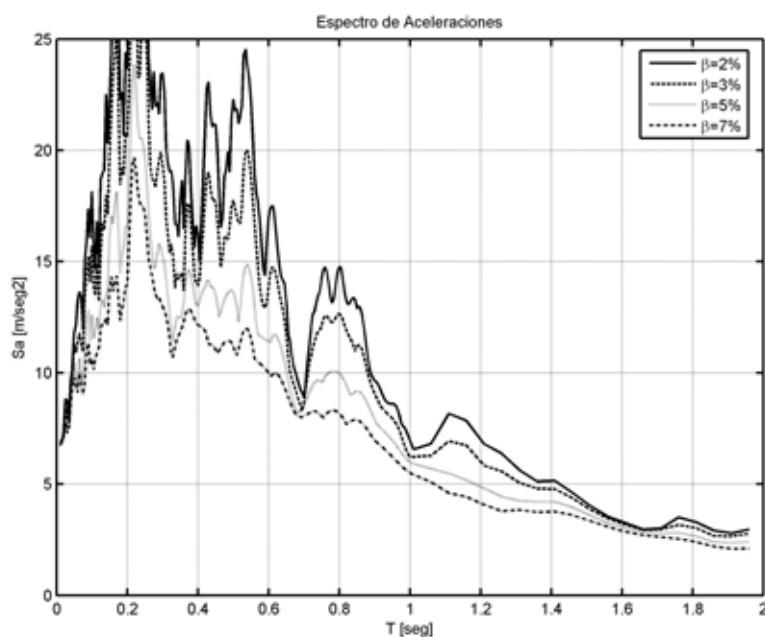
Control 1

CI42G Dinámica de Estructuras

Prof: Rubén Boroschek Krauskopf.
Aux: Francisco Hernández Prado.

Viernes 7 de Septiembre de 2007

P1. La estructura que se muestra en la figura es excitada por un sismo en la base, cuyo espectro es el que se muestra en la figura. Determine cuanto es la fuerza máxima de la biela y los momentos máximos de las columnas. Además obtenga la fuerza máxima del amortiguador.



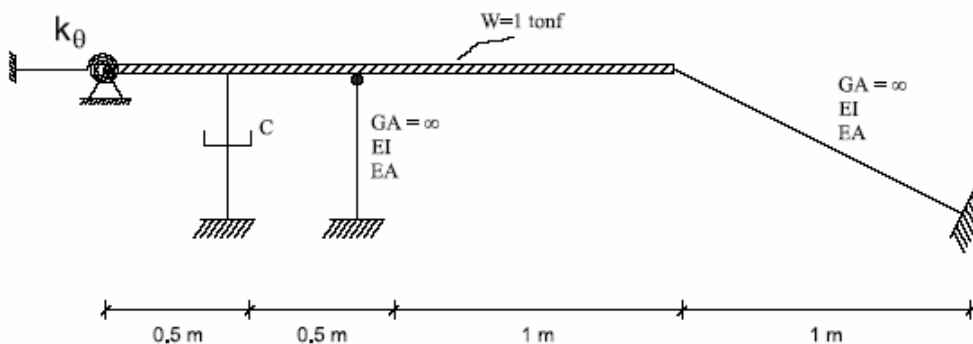
$$EI = 1000 \text{ kgf} \cdot \text{m}^2$$

$$EA = 3500 \text{ kgf}$$

$$c = 28 \frac{\text{kgf} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

$$L = 2 \cdot \text{m}$$

P3. Para la estructura que se muestra en la figura determine el valor del modulo de elasticidad (E) de manera que el período fundamental sea 0.5 seg. Además determine la constante del amortiguador (c) de modo que la razón de amortiguamiento (β) sea un 1%. Finalmente escriba la ecuación de movimiento.



$$A = 0.04 \text{ cm}^2$$

$$I = 40 \text{ cm}^4$$

$$\beta = 1\%$$

$$t = 0.5 \text{ seg}$$

$$k_\theta = 4000 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

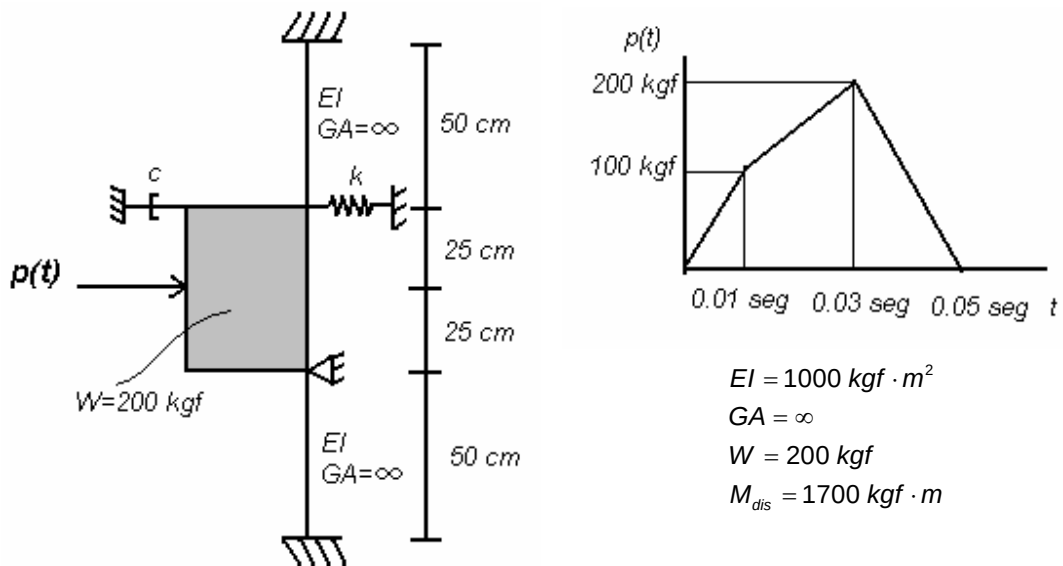
CI42G Dinámica de Estructuras

Prof: Rubén Boroschek Krauskopf.

Aux: Francisco Hernández Prado.

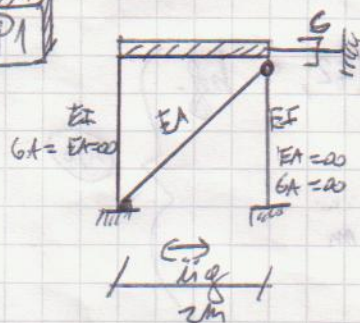
Viernes 7 de Septiembre de 2007

P2. Para la estructura que se muestra en la figura determine la constante de amortiguamiento (c) de modo que el tercer máximo sea un 25% del primer máximo de la respuesta ($u_{3\max} = 0.25 \cdot u_{1\max}$). Además determine si la columna superior que posee una resistencia a momento de $1700 \text{ kgf} \cdot \text{m}$ resiste el impacto que se muestra en la figura.



PAUTA Control 1 CI426

P1



$$EI = 1000 \text{ kgf m}^2$$

$$EA = 3500 \text{ kgf}$$

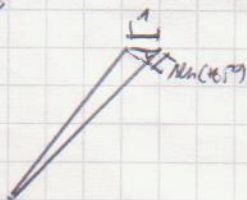
$$c = 28 \text{ kgf s/m}$$

$$l = 2 \text{ m}$$

$$W = 500 \text{ kgf}$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{500 \text{ kgf}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 51,02 \frac{\text{kgf s}^2}{\text{m}} \quad (0,5)$$

• rigidez



$$K = \frac{12EI}{l^3} + \frac{3EI}{l^3} + \frac{EA}{12l}$$

$$= \frac{12 \cdot 1000}{2^3} + \frac{3 \cdot 1000}{2^3} + \frac{3500}{12 \cdot 2} \left(\frac{1}{12} \right)^2 = 2493,7 \text{ kgf/m} \quad (1,0)$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{51,02}{2493,7}} = 0,89 \text{ seg} \quad (0,5)$$

• $\Rightarrow$ Determinar la NA con el amortiguamiento.

$$\beta = \frac{c}{2\sqrt{Km}} = \frac{28 \text{ kgf s/m}}{2 \cdot \sqrt{2493,7 \cdot 51,02}} = 0,0392 \approx 4\% \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow S_d \approx 8 \text{ m/seg}^2 \quad (1,0)$$

$$PSV = S_d / \omega_n; \quad \omega_n = \frac{2\pi}{T} = 7 \text{ rad/seg}$$

$$\Rightarrow PSV = \frac{8}{7} \frac{\text{m}}{\text{seg}} = 1,142 \text{ m/seg} \quad (0,5) \quad \Rightarrow \text{Max FUERZA AMORTIGUAMIENTO} = c \cdot PSV = 28 \cdot 1,142 = 32 \text{ kgf} \quad (0,5)$$

$$PSd = \frac{P_{sv}}{w_m} = \frac{1,142 \text{ m/s}}{7 \text{ rad/sec}} = 0,163 \text{ m} \quad (0,5)$$

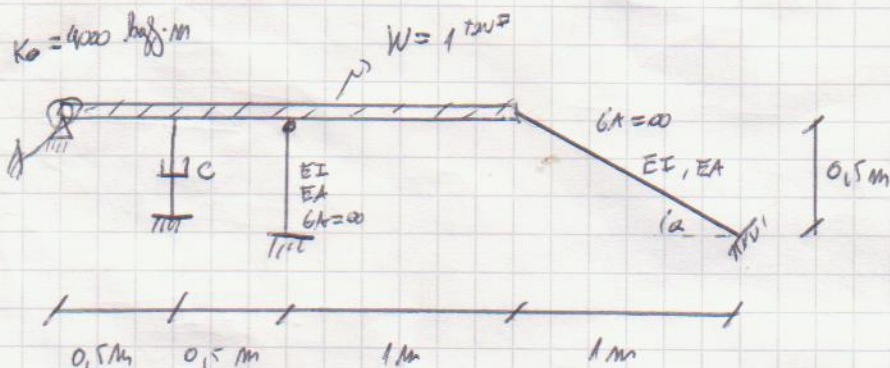
$$\Rightarrow F_{axe} = \frac{EA}{\sqrt{2}l} \sin(45^\circ) \times 0,163 \text{ m} = \frac{3500}{\sqrt{2} \cdot 2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0,163 = 142,9 \text{ kgf.}$$

$$M_{axe} = \frac{6EI}{l^2} \times 0,163 \text{ m} = \frac{6 \cdot 1000}{2^2} \cdot 0,163 = 244,5 \text{ kgf.m}$$

$$M_{max} = \frac{3EI}{l^2} \cdot 0,163 \text{ m} = 122,3 \text{ kgf.m}$$

P2

PAUSA CONTINUA 4 CI 426



$$E \text{ kgf} \quad T = 0,5 \text{ kgf}$$

$$c \text{ kgf} \quad \beta = 1\%$$

$$t_g(\alpha) = 95 \Rightarrow \alpha = 26,6^\circ$$

$$\Rightarrow \text{sen } \alpha = 0,447$$

$$\cos(\alpha) = 0,894$$

ec. de equilibrio

solución

$$A = 0,04 \text{ cm}^2 \quad I = 40 \text{ cm}^4$$

$$I = \frac{1}{3} \bar{m} l^3$$

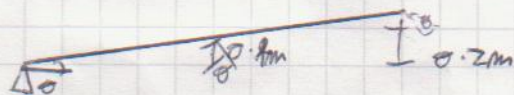
$$\bar{m} = \frac{W}{(2m) \cdot g} = \frac{1000 \text{ kgf}}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 51,02 \frac{\text{kgf} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}$$

$$l = 2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3} \times 51,02 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} \cdot (2 \text{ m})^3 = 136,05 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

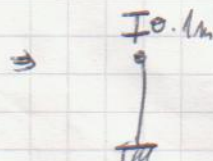
1,10

• Rigidiz:



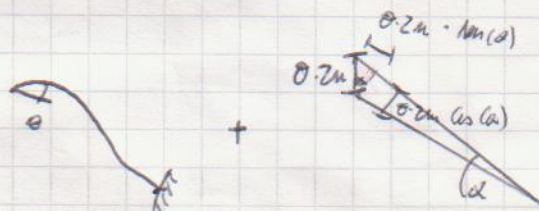
$$T = 0,5 \Rightarrow 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{K}} = 0,5$$

$$\Rightarrow K = I \cdot \left(\frac{2\pi}{0,5}\right)^2 = 21484 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$



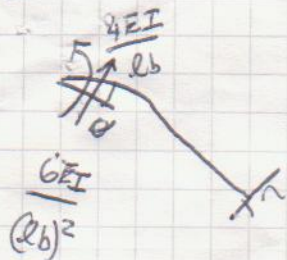
$$\Rightarrow F_n = 0,1 \text{ m} \cdot \frac{EA}{0,5 \text{ m}} = 2 \theta \cdot EA$$

beam around:

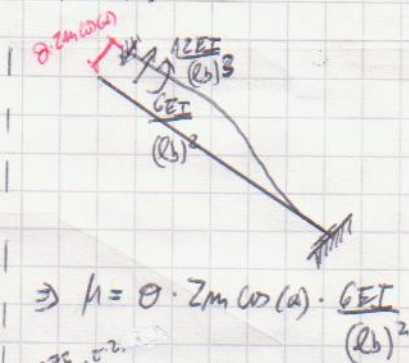


$$l_d = \sqrt{1^2 + 0,5^2} = 1,118 \text{ m}$$

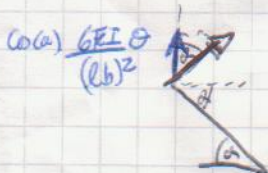
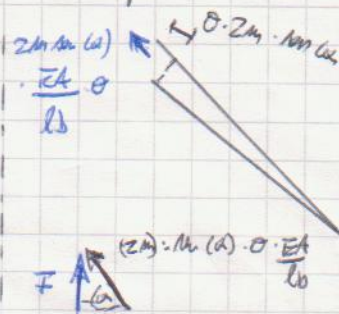
• Efecto de giro:



• Efecto desplazamiento flexión.



• Desplazamiento axial.



$$\Rightarrow M = \frac{4EI}{l_b} \theta$$

$$F = \frac{6EI}{(l_b)^2} \cdot \omega(\alpha) \theta$$

$$(1,0)$$

$$\Rightarrow M = \theta \cdot Z_m \omega(\alpha) \cdot \frac{6EI}{(l_b)^2}$$

$$\frac{12EI}{(l_b)^3} \cdot \delta$$

$$F = \frac{12EI}{(l_b)^3} \cdot \theta \cdot Z_m \cdot \cos^2(\alpha)$$

$$(1,0)$$

$$F = (Z_m) \frac{EA}{l_b} \theta \cdot m^2(\alpha)$$

$$(1,0)$$

$$\Rightarrow K^* = K_\theta + 2EA \cdot (1m) + \frac{4EI}{l_b} + \frac{6EI}{(l_b)^2} \omega(\alpha) \cdot (Z_m) + (Z_m) \cdot \frac{6EI}{(l_b)^2} \cos(\alpha) + (Z_m)^2 \cdot \frac{12EI}{(l_b)^3} \cdot \cos^2(\alpha) + (Z_m)^2 \cdot \frac{EA}{l_b} m^2(\alpha)$$

$$K^* = 4000 + 2EA + 3,578 EI + 8,587 EI + 8,587 EI + 27,477 EI + 0,358 EA.$$

$$(0,15)$$

$$K^* = 4000 + 2,358 EA + 48,229 EI$$

$$K^* = 4000 + 2,358 \cdot E \cdot [0,04 \cdot (0,01)^2] + 48,229 \cdot E \cdot [40 \cdot (0,01)^4]$$

$$K^* = 4000 + 2,87 \times 10^{-5} E = 21484 \text{ kgf} \cdot m$$

$$\Rightarrow 2,87 \times 10^{-5} E = 17484 \cdot m \text{ kgf}.$$

$$E = 608.698.074 \frac{\text{kgf}}{m^2} = 60.870 \frac{\text{kgf}}{cm^2} \quad (0,15 \text{ cm}^2)$$

$$C^* = C \cdot (0,5 \text{ m})^2 = C \cdot 0,25 \text{ m}^2$$

$$\beta = \frac{C^*}{2\sqrt{K^* I}} \Rightarrow C^* = \beta \cdot 2\sqrt{K^* I}$$

$$\Rightarrow C^* = 0,01 \times 2 \times \sqrt{21484 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot 136,05 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2} = 34,19 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

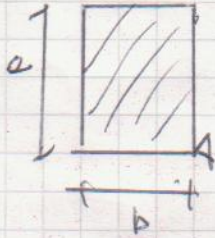
$$\Rightarrow C = \frac{34,19 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{(0,5 \text{ m})^2} = 136,8 \frac{\text{kgf} \cdot \text{s}}{\text{m}} \quad (6,5)$$

Eq. de equilíbrio:

$$136,05 \ddot{\theta} + 34,19 \dot{\theta} + 21484 \theta = 0 \quad (6,5)$$

Prüfung Control 1 CSE26

- Inertie:



$$\Rightarrow I = \gamma \cdot \int x^2 + y^2 dA = \int_0^a \left[\int_0^b x^2 + y^2 dx \right] dy$$

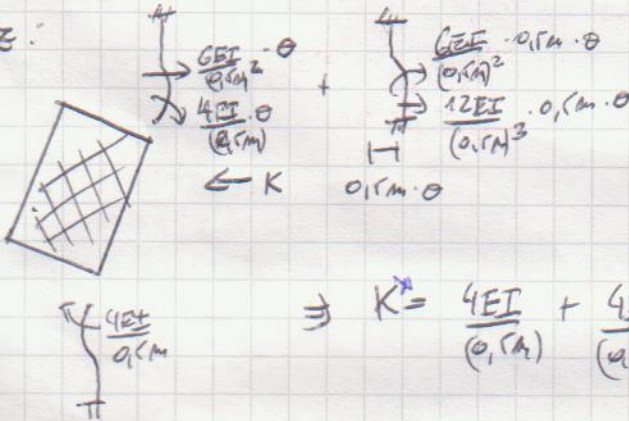
$$I = \gamma \int_0^a \left[\int_0^b x^2 dx + y^2 \int_0^b dx \right] dy$$

$$I = \gamma \cdot \int_0^a \left[\frac{b^3}{3} + y^2 b \right] dy = \gamma \left[\frac{ab^3}{3} + \frac{b^3 a}{3} \right] = \frac{\gamma ab}{3} [a^2 + b^2]$$

$$\Rightarrow \gamma_{ab} g = 200.000 \text{ kgf}$$

$$\Rightarrow I = \frac{200.000}{3 \times 9,8} \cdot (0,5^2 + 0,25^2) = 2124 \text{ kgf cm}^2 \quad (1,0)$$

- Rigidität:



$$\Rightarrow K = \frac{4EI}{(0,5m)^2} + \frac{4EI}{(a,b)} + \frac{6EI}{(0,5m)^2} + \frac{6EI}{(a,b)} + \frac{12EI}{(a,b)} + \frac{12EI}{(a,b)}$$

$$K = 88.000 \text{ kgf cm} \quad (1,0)$$

- Periode:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{K}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2124}{88.000}} = 0,976 \text{ kg} \quad (0,5)$$

- Amon TIGUANIENTO:

$$N(t) = q e^{-\beta \omega t} \omega (\omega t - \theta)$$

$$N_{max} = q e^{-\beta \omega t} \Rightarrow \omega t - \theta \approx 2\pi m$$

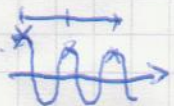
$$t_{max} \approx \frac{2\pi m}{\omega}$$

$$N_{max} = e^{-\beta \omega \frac{2\pi m}{\omega}} = q e^{-\beta 2\pi m}$$

$$N_{max} = q e^{-\beta 2\pi (m+j)}$$

$$\Rightarrow \frac{N_{max}^{m+j}}{N_{max}^m} = e^{-2\pi \beta j}$$

Si $j=0$



$$\Rightarrow \frac{N_{max_3}}{N_{max_4}} = e^{-2\pi \beta \cdot 2}$$

comienza del problema

$$= 0,25$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{-\ln(0,25)}{4\pi} = 0,11 \Rightarrow \beta = 11\%$$

(1,0)

$$c^* = \beta \cdot 2 \sqrt{k^* I} = 2 \cdot 0,11 \cdot \sqrt{88.000 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot 2124 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2} = 3007 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

$$c^* = c \cdot (0,5 \text{ m})^2 \Rightarrow c = c^* / (0,5 \text{ m})^2 = 12.030 \frac{\text{kg} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

(0,5)

Nota: En el control, se dio una instrucción gnomia respecto a aye poodan en minutos o maximas.

$$\Rightarrow \beta = \frac{-\ln(0,25)}{2\pi} = 22\%$$

$$\Rightarrow c = 24.060 \frac{\text{kg} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

$$\omega = 6,28 \text{ rad} / \text{kg}.$$

$$t = 0,250 \text{ kg}.$$

$$Q_{max} = 8,6 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

$$k_{max} = 1,7 \text{ kg} \cdot \text{m}.$$

• En este caso

$$I \ddot{\theta} + c^* \dot{\theta} + k^* \theta(t) = \tilde{p}(t) = 0,25 \text{ m} \cdot p(t)$$

$$\frac{td}{\tau} = \frac{0,05 \text{ seg}}{0,976 \text{ seg}} = 0,05 < 0,25$$

↑ impacto
(P.I.)
Círculo de corta duración)

⇒ se resuelve como un problema de velocidad inicial

$$\ddot{\theta}_0 = \frac{\int \tilde{p}(t) dt}{I} = \frac{0,25 \text{ m}}{2181 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} \cdot \left[\frac{100 \text{ kg} \cdot 0,01 \text{ seg}}{2} + 100 \text{ kg} \cdot 0,02 \text{ seg} + \frac{100 \text{ kg} \cdot 0,02 \text{ seg}}{2} + \frac{200 \text{ kg} \cdot 0,02 \text{ seg}}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}_0 = 6,47 \times 10^{-4} \text{ rad/seg} \quad (0,5)$$

$$\theta(t) = \frac{\ddot{\theta}_0}{\omega_d} e^{-\beta \omega t} \sin(\omega_d t) ; \quad \omega_d = \omega \sqrt{1-\beta^2} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{1-\beta^2}}{T}$$

$$= 6,4 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

θ_{max}: $\omega_d t^* = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t^* = \frac{\pi}{2\omega_d} = \frac{\pi}{2 \cdot 6,4 \text{ rad/seg}} = 0,245 \text{ seg}$

$$\theta_{\text{max}} = \frac{\ddot{\theta}_0}{\omega_d} \cdot e^{-\beta \omega t^*} = \frac{6,47 \times 10^{-4} \text{ rad/seg}}{6,4 \text{ rad/seg}} \cdot \exp\left(-0,11 \cdot \frac{2\pi}{0,976} \cdot 0,245\right)$$

$$\theta_{\text{max}} = 8,5 \times 10^{-5} \text{ rad} \quad (0,5)$$

$$M_{\text{max}} = \frac{4EI}{0,5 \text{ m}} \theta_{\text{max}} + \frac{6EI}{0,5 \text{ m}} \cdot \theta_{\text{max}} = 1,7 \text{ kgf} \cdot \text{m} < 1700 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

NO FALLA
(0,5) OK!!!