

Clase Auxiliar #2
CI42F Mecánica de Sólidos II
Auxiliar: Francisco Milla G.

1. Problema 1

En un punto de un cuerpo, el estado de deformaciones está dado por:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Determinar $E_{\lambda\lambda}$ para la dirección $\tilde{L} = (1, 2, -3)$
- b) Sea el plano formado por el vector $\tilde{L}$ y el eje x_3 , a partir de él definir una dirección perpendicular a L que quede sobre el plano. ¿Cuál es la deformación angular entre esta dirección y $\tilde{L}$?

2. Problema 2

Dado el campo de desplazamientos u :

$$u = \begin{pmatrix} x_2 \cdot x_3 \\ x_3^2 \\ x_1^2 \end{pmatrix} \cdot A, \quad |A| \ll 1, \quad |A| > 0.$$

- a) Encuentre las componentes del Tensor de Green y las componentes del tensor de rotación.
- b) Encuentre las deformaciones principales en el punto $\tilde{x} = (1, 1, 0)$.

3. Problema 3

La línea recta AB de largo l , se deforma inextensiblemente en el plano (x_1, x_2) hasta una posición final tal que:

$$u_2 = a(1 - \cos(\frac{\pi x_1}{2l}))$$

- a) Escriba una fórmula que permita determinar u_1 , conservando los términos de segundo orden.
- b) Simplifique esta fórmula para el caso $\frac{a}{l} \ll 1$

4. Problema 4

Si la matriz de tensiones en un punto P es de la siguiente forma:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} a & 0 & d \\ 0 & b & e \\ d & e & 0 \end{pmatrix}$$

- ¿Se puede encontrar un plano paralelo a x_3 en el cual la tensión sea solamente tangencial?. En caso de existir, calcular su valor.
- ¿Cuántos son los planos paralelos a x_3 que cumplen la condición anterior?.
- ¿Que condición deben cumplir a y b para que exista solución?.

5. Problema 5

Si los ejes coordenados son ejes principales de tensiones, determinar:

- La componente normal σ_{nn} y la magnitud de la componente tangencial τ_n de un plano cuya normal vale $\tilde{n} = n_1\hat{i} + n_2\hat{j} + n_3\hat{k}$
- Las componentes de un vector unitario $\hat{e}_t$ en el plano, tal que $\sigma_n = \sigma_{nn}\hat{n} + \tau_n\hat{e}_t$.

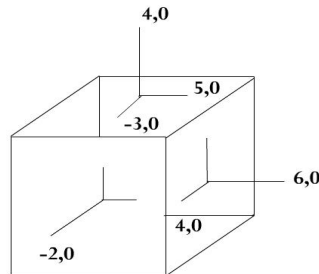
6. Problema Adicionales

- Si ξ_r es un vector, demostrar que $\frac{\partial \xi_r}{\partial x_i}$ es un tensor.
- Si t_{ij} es un tensor, demostrar que $t_{ir}t_{jr}$ es un tensor.
- En un tubo circular hueco, sometido a torsión pura, las componentes del tensor de tensiones son:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -ay \\ 0 & 0 & ax \\ -ay & ax & 0 \end{pmatrix}, \text{ donde } a \text{ es una constante.}$$

Se pide Encontrar el vector de tensiones en el punto (1,2,2), para las siguientes superficies:

- El plano: $x = 1$.
 - El plano: $2x + y + z = 6$.
- d) Dado el siguiente estado de tensiones en un punto de un sólido, se pide:



- 1) Establecer el tensor de tensiones correspondiente.
- 2) Determinar los invariantes principales.
- 3) Plantear la ecuación característica y obtener los valores propios.
- 4) Determinar los valores máximos de esfuerzo normal y corte.
- 5) Dibujar los círculos de Mohr.
- 6) Verificar, utilizando el diagrama de Mohr, si la tensión en una superficie normal $\tilde{\nu} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$, resulta factible.