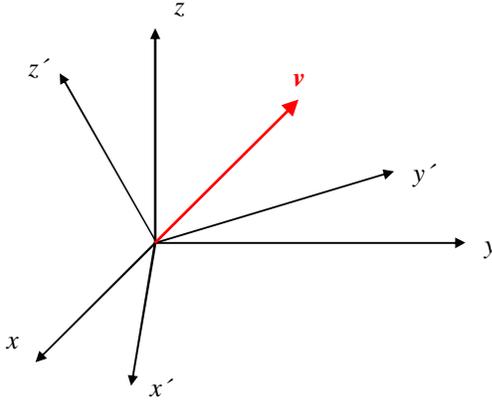


## Matriz de Transformación

Considerar el vector  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$  en  $\mathbb{R}^3$  y los sistemas de referencia mostrados en la figura.



La transformación de un vector de un sistema de referencia a otro, no altera al vector pero si a sus componentes.

$$v'_x = \mathbf{v} \cdot \mathbf{i}' = (v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}) \cdot \mathbf{i}' = v_x \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}' + v_y \mathbf{j} \cdot \mathbf{i}' + v_z \mathbf{k} \cdot \mathbf{i}'$$

$$v'_y = \mathbf{v} \cdot \mathbf{j}' = (v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}) \cdot \mathbf{j}' = v_x \mathbf{i} \cdot \mathbf{j}' + v_y \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}' + v_z \mathbf{k} \cdot \mathbf{j}'$$

$$v'_z = \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}' = (v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}) \cdot \mathbf{k}' = v_x \mathbf{i} \cdot \mathbf{k}' + v_y \mathbf{j} \cdot \mathbf{k}' + v_z \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'$$

En forma matricial se tiene

$$\begin{bmatrix} v'_x \\ v'_y \\ v'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}' & \mathbf{j} \cdot \mathbf{i}' & \mathbf{k} \cdot \mathbf{i}' \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{j}' & \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}' & \mathbf{k} \cdot \mathbf{j}' \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{k}' & \mathbf{j} \cdot \mathbf{k}' & \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

Por otro lado, los vectores dirección “prima” pueden expresarse en función de los vectores dirección “sin prima”. Entonces,

$$\mathbf{i}' = t_{11} \mathbf{i} + t_{12} \mathbf{j} + t_{13} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{j}' = t_{21} \mathbf{i} + t_{22} \mathbf{j} + t_{23} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{k}' = t_{31} \mathbf{i} + t_{32} \mathbf{j} + t_{33} \mathbf{k}$$

Introduciendo estas expresiones en la matriz de transformación, considerando que  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  son vectores ortonormales, se cumple

$$\begin{bmatrix} v'_x \\ v'_y \\ v'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$