

Pauta P1 E3

i) Dado que existe una C.B. aguas abajo, para que el escurrimiento sea subcrítico en todo el canal, se debe cumplir que la energía siempre debe ser mayor a la energía crítica. En particular esto debe cumplirse aguas arriba de la grada:

La energía aguas arriba de la grada es $H_1 - a$ pues no existen pérdidas de ningún tipo.

$$E_C \leq H_1 - a$$

E_C puede ser determinando derivando la energía e igualando a cero:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{2b \cdot Q_0^2}{2g \cdot (bh)^3} = 0$$

$$\Rightarrow h_C = \sqrt[3]{\left(\frac{Q_0^2}{gb^2}\right)} = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} \quad \text{donde } q \text{ es el caudal por unidad de ancho, } q = Q_0/b$$

$$\Rightarrow E_C = \frac{3}{2} \cdot h_C = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} \quad (\text{canal rectangular})$$

Para calcular la altura de escurrimiento en la sección (2), se utiliza la ecuación

$$E = h + \frac{Q^2}{2g \cdot (bh)^2} = H_1 \quad \Leftrightarrow \quad h^3 - H_1 \cdot h^2 + \frac{Q^2}{2g \cdot b^2} = 0$$

Como se trata de una ecuación cúbica, existen hasta tres soluciones (dos de ellas con sentido físico, es decir, reales y positivas). Debe escogerse la mayor de las soluciones pues es la que corresponde a un escurrimiento subcrítico.

Análogamente, para calcular la altura de escurrimiento en la sección (1), se utiliza la ecuación

$$E = h + \frac{Q^2}{2g \cdot (bh)^2} = H_1 - a \quad \Leftrightarrow \quad h^3 - (H_1 - a) \cdot h^2 + \frac{Q^2}{2g \cdot b^2} = 0$$

Nuevamente se debe escoger la altura correspondiente a escurrimiento subcrítico.

ii) Si $H_1 < a$ entonces $H_1 - a < 0 < E_C$

\Rightarrow Se produce crisis en la caída. Como no hay pérdidas, todo el primer tramo del canal tiene escurrimiento crítico.

iii) Si $H_1 < 0$ entonces hay una caída libre al final del canal. Suponiendo crisis en dicho punto, hay h_C y E_C en la sección (2). Entonces la energía aguas arriba de la grada es $(E_C - a) < E_C$, lo que no puede ocurrir. Por lo tanto, hay crisis sobre la grada. En el segundo tramo se produce un escurrimiento supercrítico con energía $(E_C + a)$ (la CB de aguas arriba en el tramo (2) es la crisis sobre la grada). Nótese que no existe crisis al final del canal, pues el escurrimiento aguas debajo de la grada es supercrítico. Su energía es superior a la energía crítica E_C .