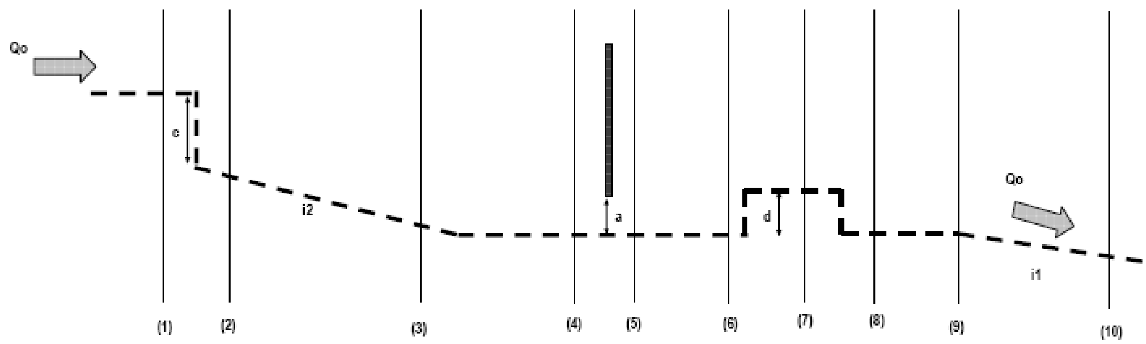
Auxiliar #5

PREGUNTA 1

Se tiene el canal de la figura, cuya sección es cuadrada de ancho b. Se conoce que el caudal circulante corresponde a Q_0. El tramo (2)-(3) y (9)-(10) son suficientemente largos para que se alcancen las alturas normales. Las secciones (3)-(4), (5)-(6) y (8)-(9) son suficientemente largas para alojar resaltos completos, de existir ellos. La caída desde (1) hacia (2) deberá considerarse "caída libre", dada la magnitud de c.



Datos:

$Q_0 =$	0.7	$[m^3/s]$	$c =$	1	[m]	$i_2 =$	0.35	
$b =$	1	[m]	$d =$	0.1	[m]	$n =$	0.03	
$a =$	0.450	[m]	$i_1 =$	0.001		$\mu =$	0.6	

a) Se le pide determinar la posición de el(los) resalto(s) y el tipo de cada uno de ellos (al pie, rechazado o ahogado) si existen.

b) Determine cada una de las alturas de escurrimiento en las secciones indicadas, además de las alturas conjugadas de cada resalto.

Se recomienda utilizar al menos 3 decimales para realizar los cálculos.

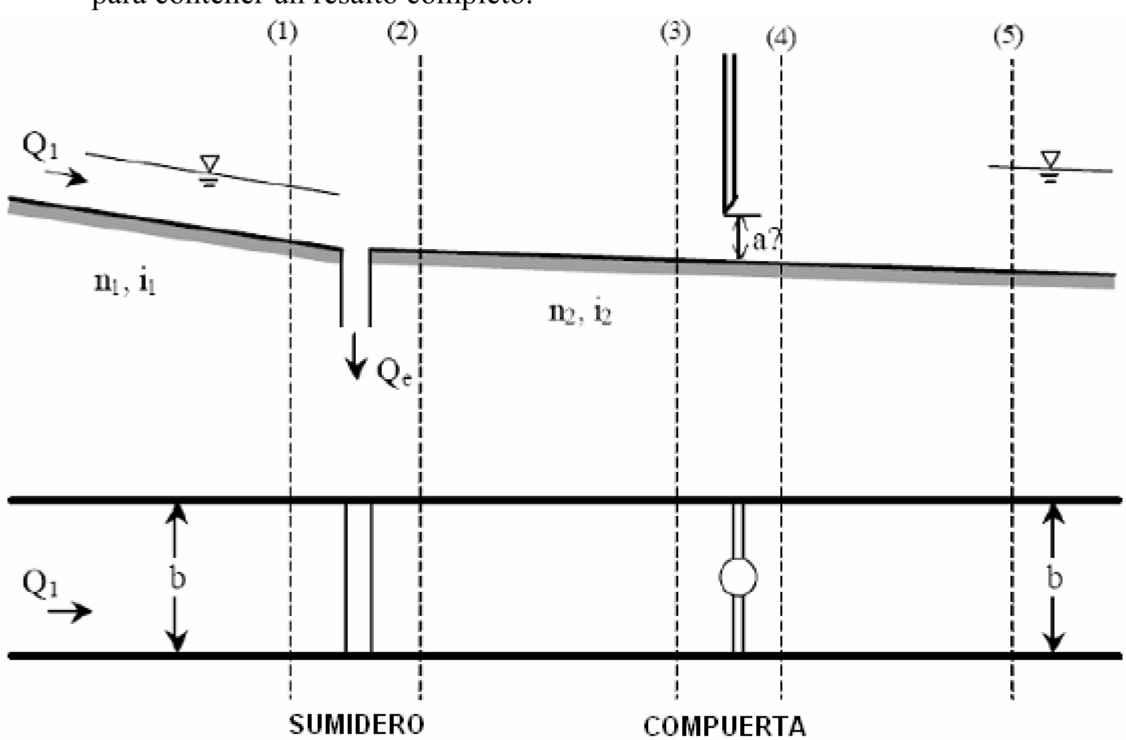
PREGUNTA 2

El canal rectangular de la figura conduce un caudal Q_1 y esta conformado por dos tramos: un sector superior, de pendiente i_1 y rugosidad n_1 y un sector inferior (i_2, n_2). En la unión de ambos tramos existe un sumidero, el cual extrae un caudal Q_e, función de las condiciones de escurrimiento del canal. Además, en el tramo inferior existe una compuerta que controla el flujo.

a) Determine las alturas normales y críticas en los distintos tramos del canal
b) Determine la altura de escurrimiento inmediatamente aguas abajo del sumidero, considerando despreciables las fuerzas de fricción en torno a este.
c) Determine la apertura "a" de la compuerta, de modo que el eventual resalto a producirse comience inmediatamente aguas abajo del sumidero.

Indicaciones:

- El caudal Q_e puede expresarse como $Q_e = k \cdot b \cdot \sqrt{2g \cdot h_1^3}$ donde h_1 es la altura aguas arriba del sumidero y k es una constante.
- Desprecie pérdidas friccionales en el canal.
- Considere que existen secciones de control a una gran distancia aguas arriba y abajo del sector en estudio.
- Suponga que la longitud del tramo entre el sumidero y la compuerta es suficiente para contener un resalto completo.



$Q_1 = 4\ [m^3/s]$ $n_1 = 0.017$ $n_2 = 0.028$
$b = 2\ [m]$ $i_1 = 0.01$ $i_2 = 0.004$ $k = 0.22$

Solución P1

Las ecuaciones a utilizar son:

1.- Cálculo altura normal:

$$\frac{Q*n}{\sqrt{i}}=\Omega*R_h^{2/3}=(b*h)*\frac{(b*h)^{2/3}}{(b+2h)^{2/3}}=\frac{(b*h)^{5/3}}{(b+2h)^{2/3}}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{Q*n}{\sqrt{i}}\right)^3(b+2h)^2=(b*h)^5$$

$$\Rightarrow\left(\frac{Q*n}{\sqrt{i}}\right)^3\left(b^2+2bh+4h^2\right)=b^5*h^5$$

$$\Rightarrow\left(\frac{Q*n}{\sqrt{i}}\right)^3*b^2=b^5*h^5-\left(\frac{Q*n}{\sqrt{i}}\right)^3*\left(2bh+4h^2\right)\Rightarrow Iterar\ \ para\ h$$

2.- Cálculo de altura crítica:

$$E=\frac{q^2}{2gh^2}+h\Rightarrow\left.\frac{dE}{dh}\right|_{h=h_c}=0=-\frac{q^2}{gh_c^{\,3}}+1$$

$$\Rightarrow h_c=\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$

3.- Ecuación de Momenta por unidad de ancho y altura conjugada:

$$m=\frac{q^2}{gh}+\frac{h^2}{2}$$

NOTA: Todas las alturas y energías específicas tienen unidades de metros, y las unidades de la momenta corresponden a $m^{2.}$

Como existe una caída libre se impone crisis en la sección (1):

Caída Libre en (1) => Crisis	
h1 = hc(1) =	**0,368**

La altura en (2) se calcula a partir de (1) conservando energía:

E1 =	0,553
E2 =	1,553

=>

h(2) SupCrit =	**0,133**

Dado que en la sección (2) – (3) se alcanza la altura normal, se tendrá “h_n” en (3):

hn(3) [m] =	**0,150**

Dado que la geometría del canal no cambia en toda su longitud, la altura crítica es la misma, y por lo tanto se tiene que la sección (2)-(3) posee una pendiente fuerte.

Ahora analizamos la compuerta:

h(5) =	**0,270**
E(5) =	**0,613**

=>

h(4) =	**0,522**

Comparamos las momentas de (3) y (4) para ver la posición del resalto:

m(3) =	**0,345**
m(4) =	**0,232**

El resalto de mantiene en el tramo (3) - (4) (Debemos corroborar con las alturas de aguas abajo).

h conj (4) =	**0,248**

Ahora conservamos energía desde (5) hacia (6), y de (6) a (7):

E(6) = E(5) =	**0,613**		
E(7) =	**0,513**	**< Ec(7) =**	**0,553**

- ⇨ Crisis sobre la grada y resalto entre (6) y (5):
- ⇨

h(7) =	**0,368**
E(7)=	**0,553**

=>

h(6) =	**0,578**
E(6) =	**0,653**

Comparamos las momentas entre (6) y (5):

m5 =	**0,222**
m6 =	**0,254**

- ⇨ Resalto Ahogado en (5) => recalcular los h's y la altura en (4).

h' =	0,371	h(5) =	0,270			
m5 =	0,254					
=> E(5) =	0,714				h conj (4) =	0,181
=> h(4) =	0,657	=> m4 =	0,292	< m3		
E(4) =	0,715			El resalto se mantiene entre (3) y (4)		

Además se tiene E(8) = E(7)+d :

E(7) =	0,553		h(8) =	0,248	=>	m8 =	0,232
E(8) =	0,653	=>					

En (9) se tendrá altura normal:

h(9) =	1,308	=>	m9 =	0,893

Dos posibilidades de respuesta:

1.- El resalto se mantiene en el tramo (8) - (9) y se ahoga contra la grada, con lo que se deberá determinar la altura de escurrimiento y la de sobre presión por el resalto, teniendo que se conserva energía entre la grada y aguas abajo de esta, y la igualdad de momentas.

2.- El resalto ahoga todo hacia atrás y es la condición del problema, se recalcula todo hacia atrás recalculando las alturas de escurrimiento aguas arriba.

<u>Opción 1:</u>

Esta posibilidad no es factible dado que la energía aguas abajo de la grada no es suficiente para tener las condiciones de igualdad de momenta con la altura normal de la pendiente suave.

<u>Opción 2:</u>

Se impone E(8) = E(9) =E(hn i1)

E(8) =	1,322	=>	h(8) =	1,308
=> E(7) =	1,222	=>	h(7) =	1,205

Además, como se tiene río antes y después de la grada => h(6) = h(8).

h(6) =	1,308	
=>	m6 =	0,893

La momenta en (5) es menor que la de la sección (6), por lo que se mantendrá el resalto ahogado:

m5 =	**0,222**						
m6 =	**0,893**	**=> Resalto Ahogado en (5) => recalcular los h's**					
=>	**h' =**	**1,189**	**h(5) =**	**0,270**			
	m5 =	**0,893**					
	=> E(5) =	**1,532**				**h conj (4) =**	**0,042**
	=> h(4) =	**1,521**	**=> m4 =**	**1,190**	> m3	**m4 conj=**	**1,189**

El resalto se desplaza entre (2) - (3)
La posición del resalto no es conocida con exactitud

Nota:

Este problema puede resolverse comenzando los cálculos en otros puntos del canal (por ejemplo, en la compuerta), llegando a la solución mas rápidamente (pues se evita corregir algunos cálculos). Lo importante es plantear los supuestos que correspondan y estar atentos a las contradicciones que puedan derribarlos.

Solución P2

a) En el primer tramo se tiene que $Q_1 = 4$ [m^3/s] y b = 2 [m], por lo tanto $q_1 = 2$ [m^2/s]. Con ello podemos determinar h_C y h_N.

$$h_C = \left(\frac{q_1^{\ 2}}{g}\right)^{1/3} = 0.742 \ \text{[m]}$$

Para determinar h_N utilizamos la ecuación de Manning:

$$\frac{Q_1 \cdot n_1}{\sqrt{i_1}} = \Omega \cdot \Re^{2/3}$$

donde Ω es la sección de escurrimiento

y $\Re$ es el radio hidráulico, es decir $\Re = \Omega / \chi$

Una manera de reordenar la ecuación de Manning para canales de sección rectangular es la siguiente. Ella permite iterar fácilmente para encontrar h_N.

$$h_{N1} = \frac{1}{b} \cdot \left[\left(\frac{Q_1 \cdot n_1}{\sqrt{i_1}}\right)^3 \cdot (b + 2h_{N1})^2\right]^{1/5}$$

Se obtiene h_{N1}=0.6376 [m].

Como $h_C > h_{N1}$ entonces el tramo 1 tiene pendiente fuerte, y la altura normal corresponde a escurrimiento supercrítico.

Desde aguas arriba, el escurrimiento llega a la seccion (1) con h_{N1}, pues se sabe que el control se encuentra muy alejado hacia aguas arriba => $h_1 = h_{N1}$ = 0.6376 [m]

Con esto se calcula

$$Q_e = k \cdot b \cdot \sqrt{2g \cdot h_1^{\ 3}} = 0.992 \quad \text{[m}^3\text{/s]}$$
$$Q_2 = Q_1 - Q_e = 3.008 \quad \text{[m}^3\text{/s]}$$
$$q_2 = Q_e / b = 1.504 \quad \text{[m}^2\text{/s]}.$$

Podemos entonces calcular la altura crítica y normal del segundo tramo (aguas abajo del sumidero):

$$h_{C2} = \left(\frac{q_2^{\ 2}}{g}\right)^{1/3} = 0.613$$

$$h_{N2} = \frac{1}{b} \cdot \left[\left(\frac{Q_2 \cdot n_2}{\sqrt{i_2}}\right)^3 \cdot (b + 2h_{N2})^2\right]^{1/5}$$ con lo que se encuentra h_{N2}=1.040 [m]

Como $h_{C2} < h_{N2}$ entonces el tramo es de pendiente suave.

b) Suponiendo que en (2) no hay influencia de aguas abajo y que se desprecian las fuerzas de friccion en el sumidero, se igualan momentas entre (1) y (2).

$$m_1 = \frac{h_1^{\ 2}}{2} + \frac{q_1^{\ 2}}{gh_1} = 0.8434 \qquad [m^2]$$

$$m_2 = \frac{h_2^{\ 2}}{2} + \frac{q_2^{\ 2}}{gh_2} = 0.8434 \qquad \Rightarrow \qquad h_2 = \begin{cases} 1{,}1307 \\ 0.2878 & \text{solución supercrítica (torrente)} \\ -1.4185 \end{cases}$$

c) Si el resalto se ubica inmediatamente aguas abajo del sumidero significa que m_2 y m_3 son iguales, por lo tanto escogemos la solución subcrítica para h_3, es decir, h_3=1.1307 [m].

Conocido h_3, podemos encontrar fácilmente que E_3=1.2210. Igualando E_3=E_4 encontramos h_4 = 0.3678, correspondiente a μ*a. Esto es suponiendo que no hay influencia desde aguas abajo.

Verifiquémoslo:

Sabemos que $h_5 = h_{N2}$ pues el tramo es muy largo. Como h_{N2} es mayor que h_{C2} entonces tenemos un escurrimiento subcrítico en la sección 5. Debe haber un resalto para compatibilizarlo con el flujo en la sección 4.

$$\left. \begin{aligned} m_4 &= \frac{h_4^{\ 2}}{2} + \frac{q_2^{\ 2}}{gh_4} = 0.6953 \\ m_5 &= \frac{h_5^{\ 2}}{2} + \frac{q_2^{\ 2}}{gh_5} = 0.7649 \end{aligned} \right\} \text{El resalto se ahoga.}$$

Por lo tanto hay influencia desde aguas abajo en las secciones 4 y 3.

Entonces, necesitamos conocer h_4^v (altura de la vena viva en (4), es decir μ*a) y h_4^p (altura de presión en (4)). Para ello contamos con dos ecuaciones:

$$E_3 = E_4 \qquad \Rightarrow \qquad 1.2210 = h_4^{\ p} + \frac{\left(\frac{q_2}{h_4^{\ v}}\right)^2}{2g}$$

$$m_4 = m_5 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\left(h_4^{\ p}\right)^2}{2} + \frac{q_2^{\ 2}}{g \cdot h_4^{\ v}} = 0.7649$$

Resolviendo este sistema se encuentra la solución:

$h_4{}^p = 0.8143$ [m]

$h_4{}^v = 0.5326$ [m]

Como $h_4{}^v = \mu * a$ entonces se encuentra que la apertura de la compuerta debe ser

$$a = \frac{h_4{}^v}{\mu} = 0.8877 \qquad [\mathrm{m}]$$