CI31A - Mecánica de Fluidos

FUERZAS DE PRESIÓN

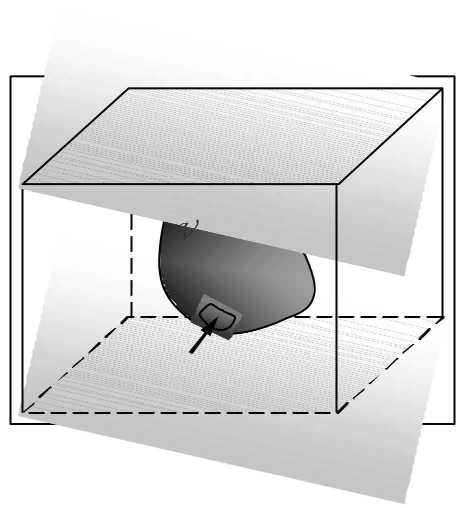
Prof. Aldo Tamburrino Tavantzis

REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

HIDROSTÁTICA

Si las partículas de fluido no están en movimiento no hay fuerzas tangenciales actuando sobre ellas.

Consideremos un volumen de líquido sobre la superficie terrestre. Si de ese volumen aislamos otro más pequeño, $\mathcal{V}$, sobre éste actúan sólo fuerzas perpendiculares a la superficie: las fuerzas debido a la presión que ejerce el líquido.



FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE GASES

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

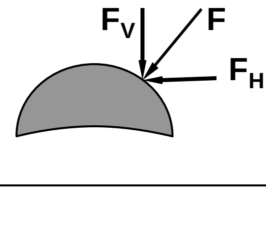
FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN

Es importante recordar:

1° Para que la presión ejerza una fuerza requiere de una superficie.

2° La fuerza de presión actúa perpendicular a la superficie.

3° La fuerza tiene magnitud y *dirección*. Es decir, la fuerza que está actuando perpendicular a una superficie puede descomponerse en tres componentes: Una componente vertical y dos componentes horizontales.



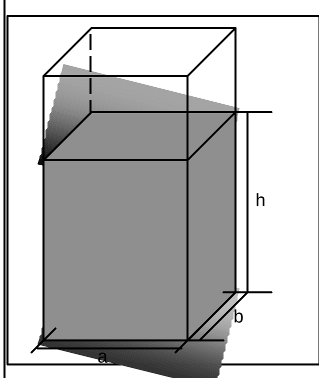
FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

1) Fuerza sobre superficies planas horizontales
2) Fuerza sobre superficies planas verticales
3) Fuerza sobre superficies planas inclinadas
4) Fuerza sobre superficies curvas

REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

1) SUPERFICIES PLANAS HORIZONTALES



Consideremos el estanque de la figura, el que contiene un líquido de densidad ρ.

Determinemos la fuerza de presión del líquido sobre el fondo.

La fuerza de presión está dada por $F = p\,A$.

Trabajando con presiones relativas:

$$p = \rho g h \quad y \quad A = ab$$

De este modo, la fuerza de presión es

$$F = \rho g h a b$$

Pero hab corresponde al volumen del líquido *sobre* la superficie, V, o sea tenemos

$$F = \rho g V$$

Pero ρV es la masa del líquido *sobre* la superficie, m, quedando la fuerza:

$$F = mg$$

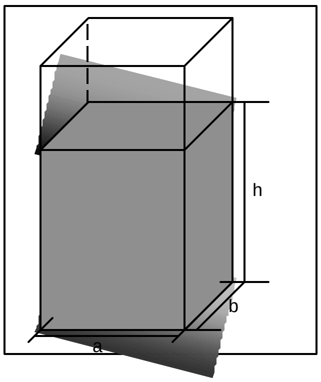
Resultando que la fuerza de presión sobre una superficie horizontal es igual al peso del fluido sobre ella.

F_v = Peso del líquido *sobre* la superficie

REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

1) SUPERFICIES PLANAS HORIZONTALES



¿Cuál habría sido el resultado si trabajamos con presiones absolutas?

En este caso, la fuerza de presión está dada por $F = p_{abs} A$.

$$p_{abs} = \rho g h + p_{atm} \quad y \quad A = ab$$

De este modo, la fuerza de presión es

$$F_{abs} = (\rho g h + p_{atm})\, ab$$

$$F_{abs} = \rho g h a b + p_{atm} ab$$

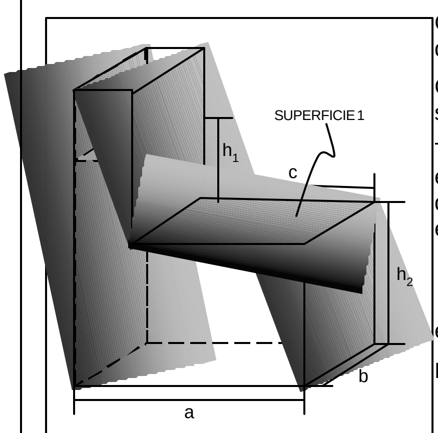
$$F_{abs} = P + p_{atm}\, ab$$

O sea, én términos de presiones absolutas, la fuerza vertical es igual al peso del líquido sobre la superficie libre más la fuerza que ejerce la presión atmosf érica en la superficie.

REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

1) SUPERFICIES PLANAS HORIZONTALES



Consideremos el caso en que el líquido está *debajo* de la superficie.

Calculemos la fuerza de presión del líquido sobre la superficie 1.

Trabajemos con presiones relativas. La superficie se encuentra a una profundidad h_1 de la superficie libre del líquido. La presión del líquido a una profundidad h_1 es

$$p = \rho g h_1$$

y el área de la superficie en la que actúa esta presión es $A = bc$.

De este modo, la fuerza de presión es

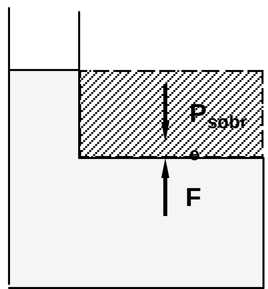
$$F = \rho g h_1 bc$$

Pero $h_1 bc$ corresponde al volumen un volumen *sobre* la superficie:

REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

1) SUPERFICIES PLANAS HORIZONTALES (cont.)



$$F = \rho g h_1 bc$$

Pero h_1bc corresponde al volumen un volumen *sobre* la superficie que estamos calculando la fuerza, V_{sobre}

$$F = \rho g V_{sobre}$$

$$F = m_{sobre} q$$

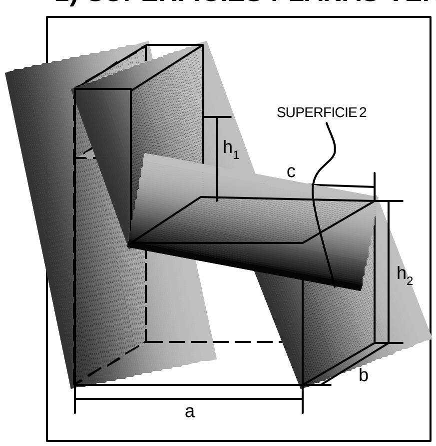
$$F = P_{sobre}$$

O sea, la fuerza de presión corresponde al peso del volumen de líquido que *estaría* entre la superficie en la cual estamos calculando la fuerza hasta el nivel de la superficie libre

REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

2) SUPERFICIES PLANAS VERTICALES



Determinemos ahora la fuerza sobre una pared vertical. Consideremos para ello la superficie 2 del estanque.

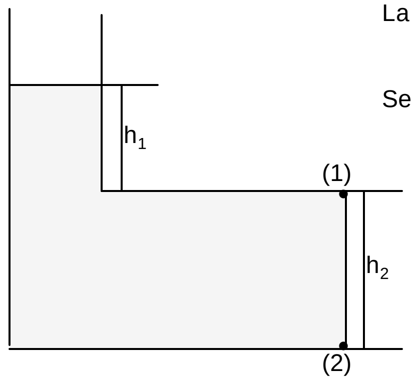
REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

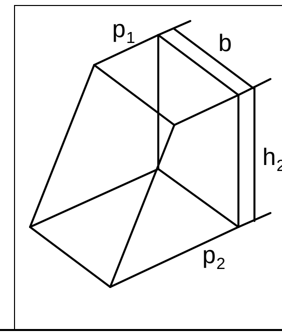
2) SUPERFICIES PLANAS VERTICALES

La presión en el punto (1) es $p_1 = \rho g h_1$

La presión en el punto (2) es $p_2 = \rho g(h_1+h_2)$



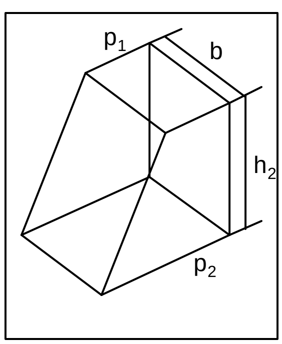
Se genera el siguiente **prisma de presiones:**



REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

2) SUPERFICIES PLANAS VERTICALES (cont.)



La fuerza de presión corresponde al **volumen del prisma de presiones,** V_P :

$$\mathbf{F = V_P}$$

$$V_P = ½(p_1+p_2)\, bh_2$$

Reemplazando los valores de p_1 y p_2 :

$$V_P = ½\rho g(2h_1+h_2)bh_2$$

$$F_P = ½\rho g(2h_1+h_2)bh_2$$

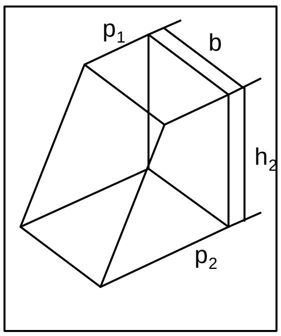
REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

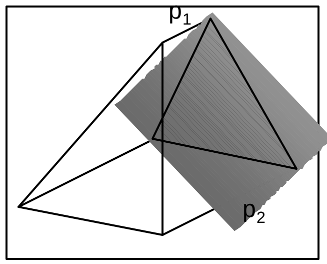
FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

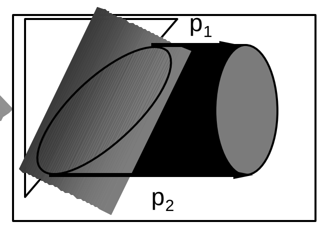
2) SUPERFICIES PLANAS VERTICALES (cont.)

$$F = V_P$$

El resultado que la fuerza de presión corresponde al volumen del prisma de presiones puede generalizarse para cualquier forma de la superficie plana.



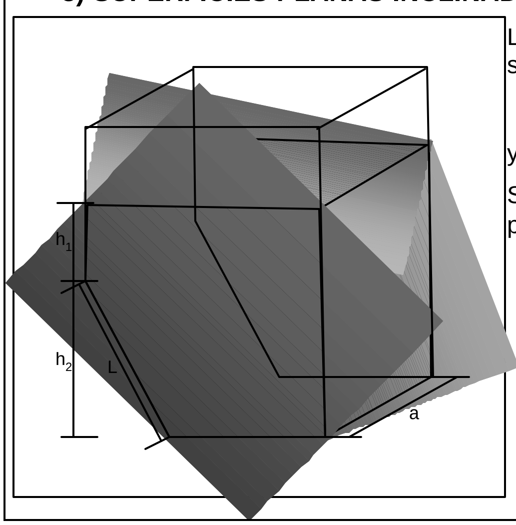




REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

3) SUPERFICIES PLANAS INCLINADAS

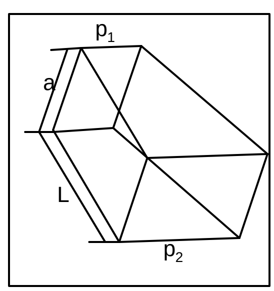


La presión en la arista superior de la superficie inclinada es

$$p_1 = \rho g h_1$$

y en la arista inferior $p_2 = \rho g h_2$

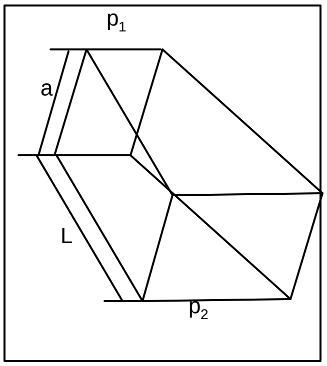
Se forma el siguiente prisma de presiones:



REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

3) SUPERFICIES PLANAS INCLINADAS (cont.)



La situación es idéntica que la que se tiene para una superficie vertical.

Debe evaluarse el prisma de presiones.

En este caso

$$V_P = ½(p_1+p_2)aL$$

Reemplazando los valores de las presiones, la fuerza de presión sobre la superficie inclinada es:

$$F = ½\rho g(2h_1+h_2)aL$$

Recordar que la fuerza es perpendicular a la superficie.

REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

FUERZA SOBRE SUPERFICIES PLANAS: UN RESULTADO GENERAL

Puede demostrarse el siguiente resultado que es válido para cualquier superficie plana:

La fuerza sobre una superficie plana es igual a la presión en el centro de gravedad de la superficie por el área de la superficie

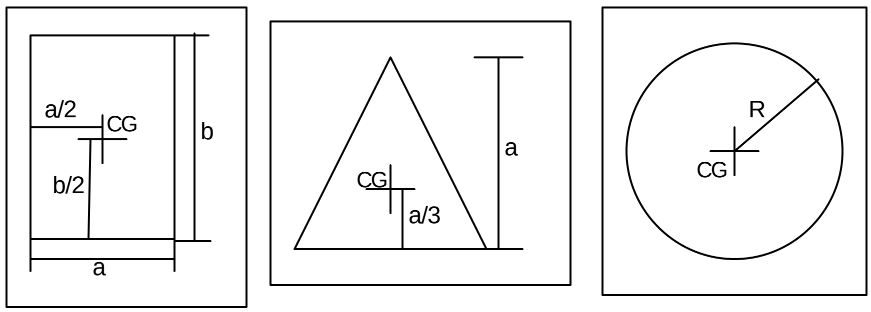
O sea

$$\mathbf{F = p_{CG}\,A}$$

REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

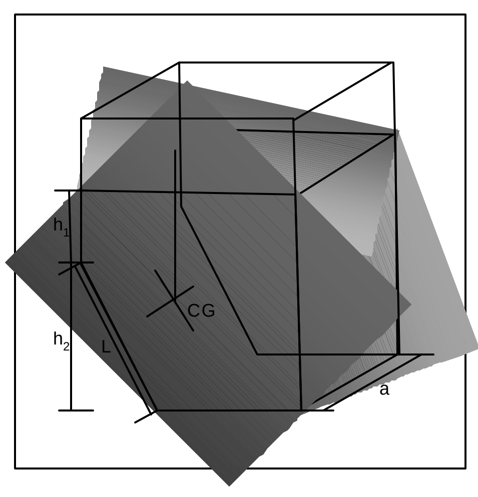
CENTRO DE GRAVEDAD DE ALGUNAS SUPERFICIES



REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

FUERZA SOBRE SUPERFICIES PLANAS

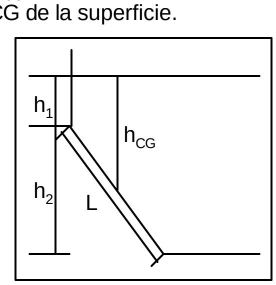


Apliquemos la ecuación al $F = p_{CG}\,A$ al problema anterior.

La presión en el CG lo calculamos como

$$p_{CG} = \rho g h_{CG}$$

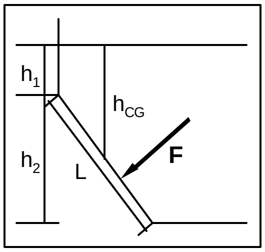
Donde h_{CG} es la distancia desde la superficie libre al CG de la superficie.



REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS

FUERZA SOBRE SUPERFICIES PLANAS



$$p_{CG} = \rho g h_{CG}$$

Determinemos h_{cg} de la geometría:

$$h_{CG} = h_1 + ½ h_2$$

Luego, la presión en el CG es:

$$p_{CG} = \rho g(h_1 + ½ h_2)$$

El área de la superficie inclinada es A = aL

Por lo que la fuerza es:

$$F = \rho g(h_1 + ½ h_2)\ aL$$

Sacando el ½ del paréntesis:

$$F = ½\ \rho g(2h_1 + h_2)\ aL$$

Este es el mismo resultado anterior

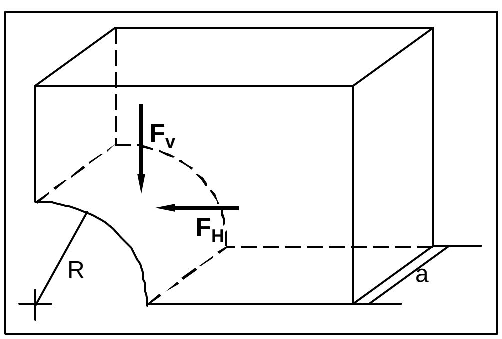
Recordar que la fuerza actúan perpendicular a la superficie

REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS

No debemos olvidar que la fuerza de presión la podemos descomponer en una componente vertical y dos horizontales.

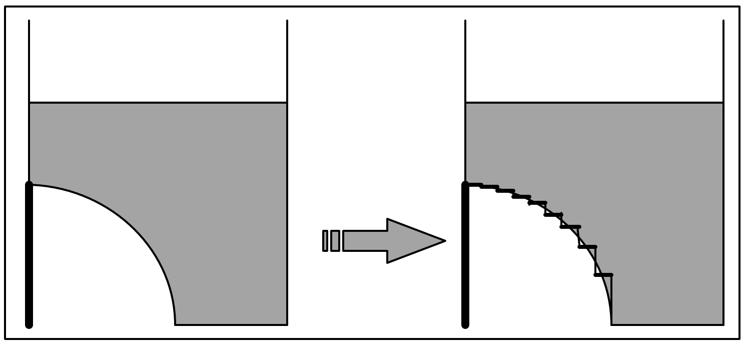
Consideremos un recipiente con una pared formada por un cuarto de cilindro de rario R y longitud a, que contiene un líquido de densidad ρ.



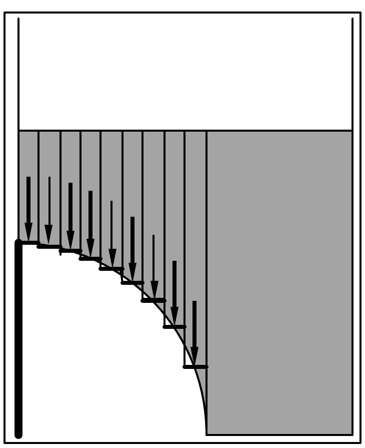
REPASO CLASE DEL VIERNES 10 DE AGOSTO

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS

Aproximemos la superficie curva a una serie de superficies planas como se muestra en la figura. Analicemos las fuerzas actuando sobre estas superficies.



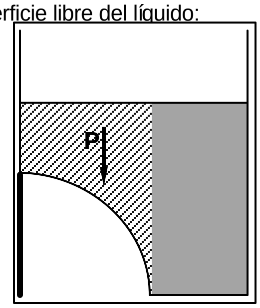
FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS



FUERZA VERTICAL

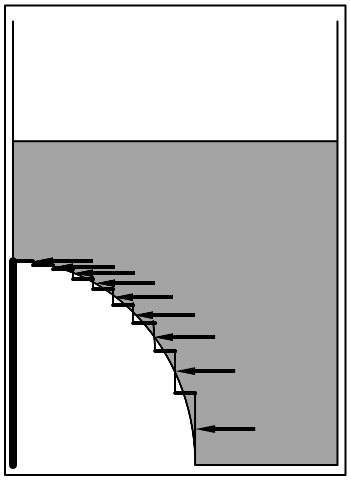
La fuerza vertical sobre cada una de las superficies planas horizontales es igual al peso del líquido sobre ella.

Si hacemos que el ancho de las superficies planas sea muy pequeño, podemos llegar a tener la superficie curva y la fuerza vertical termina siendo igual al peso del líquido entre la superficie sólida y la superficie libre del líquido:



$$F_v = P$$

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS



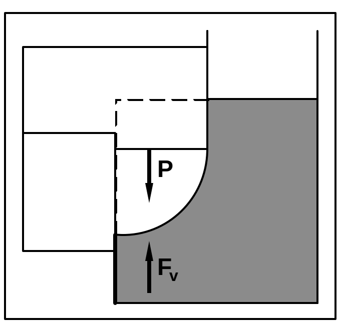
FUERZA HORIZONTAL

La fuerza horizontal sobre cada una de las superficies planas verticales ya fue determinada.

Independientemente si la superficie es curva o plana, la fuerza horizontal es igual a la fuerza de presión que actúa sobre la proyección de la superficie curva sobre un plano vertical, perpendicular a la dirección de la fuerza.

Esta fuerza puede calcularse mediante el prisma de presiones o usando $F = p_{CG}A$.

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS



¿Cuál es la fuerza sobre una superficie curva si el líquido está por debajo?

La situación es la misma que para el caso de superficies planas.

La fuerza vertical es igual al peso del fluido que existiría entre la superficie curva y la horizontal definida por la superficie del líquido.

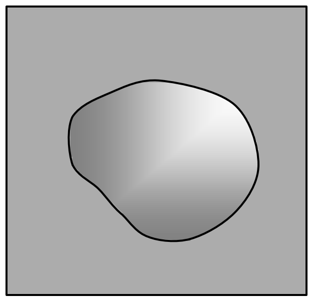
FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

¿Cuál es la fuerza de presión que actúa sobre un cuerpo sumergido?

Consideremos el cuerpo de la figura, sumergido en un líquido de densidad ρ.

Sobre la superficie que define el volumen del cuerpo, las fuerza de presión resultante puede descomponerse en una vertical y dos horizontales.



FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

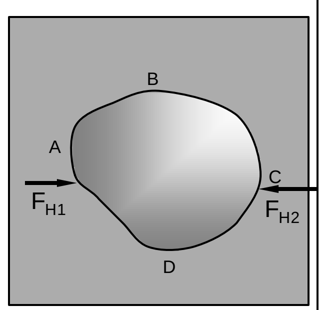
Determinemos la resultante de las fuerzas horizontales.

Debemos calcular F_{H1} y F_{H2}

Consideremos la relación $F_H = p_{CG}A$:F

$$F_{H1} = p_{CG}A_{BAD}$$

$$F_{H2} = p_{CG}A_{BCD}$$



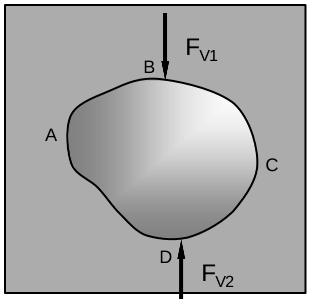
Las áreas A_{BAD} y A_{BCD} son iguales, ya que ambas corresponden a la proyección del volumen sobre un plano vertical. Por ser iguales, tienen el mismo CG. Por lo tanto

$$F_{H1} = F_{H2}$$

O sea, las fuerzas horizontales de presión se anulan.

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



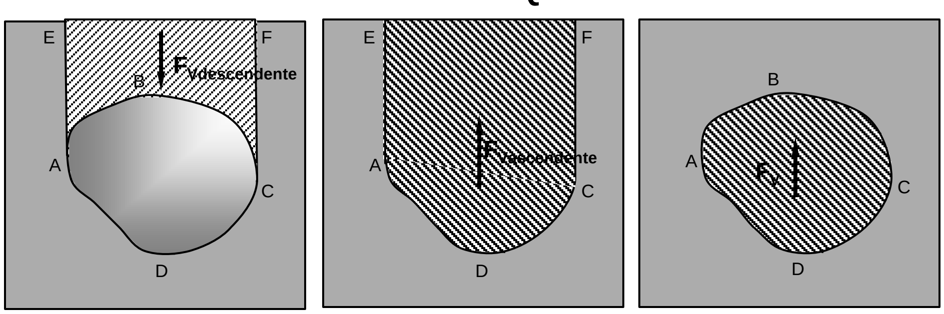
Determinemos la resultante de las fuerzas verticales.

Debemos calcular F_{V1} y $F_{V2.}$

Ya vimos que la fuerza de presión vertical es igual al peso del liquido entre la superficie del cuerpo y la superfice libre del líquido.

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



La fuerza sobre la superficie superior es igual al peso del agua sobre la superficie ABC, es decir: $F_{V\ descendente} = \rho V_{EABCF} g$.

Del mismo modo, la fuerza sobre la superficie inferior es $F_{V\ ascendente} = \rho V_{EADCF} g$.

De donde resulta que la fuerza neta es: $F_V = \rho g (V_{EADCF} - V_{EABCF})$

Pero $(V_{EADCF} - V_{EABCF})$ corresponde al volumen del cuerpo, V_{ABCD} .

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

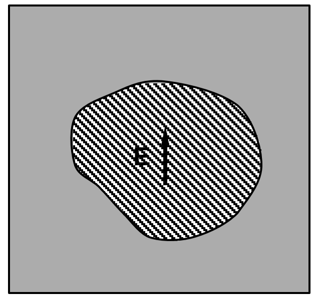
Por lo que la fuerza vertical es:

$$F_V = \rho g V_{ABCD}$$

O sea, corresponde al peso de un volumen de líquido igual al del cuerpo.

Esta fuerza es ascendente y se le denomina **empuje, E:**

$$\mathbf{E = r\, gV_{ABCD}}$$



Si P es el peso del cuerpo, entonces se cumple que:

$P > E$, el cuerpo se hunde

$P < E$, el cuerpo flota

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE LÍQUIDOS SOBRE SUPERFICIES CURVAS

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

FLOTACIÓN

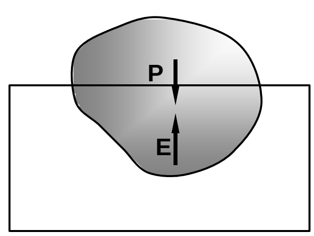
La línea de flotación de un cuerpo está dado por el equilibrio entre el peso del cuerpo y la fuerza vertical ascendente debido a la presión.

$$P = \rho g V_{sumergido}$$

Como el peso del volumen de agua desplazada es el empuje, podemos escribir la condición de flotación:

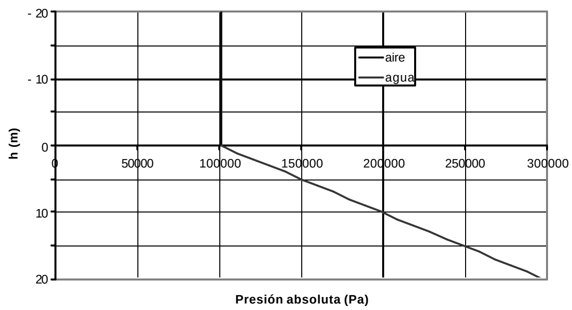
$$P = E$$

Donde $E \equiv \rho g V_{sumergido}$



FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE GASES

En el caso de gases, la fuerza de presión es simple de calcular, ya que la presión puede considerarse que no varía con la altura.

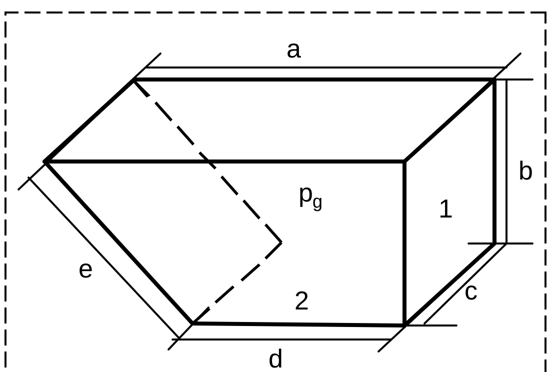


En el caso de superficies planas , la fuerza de presión está dada por:

$$F = p\,A$$

donde p es la presión del gas y A es el área de la superficie plana.

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE GASES SOBRE SUPERFICIES PLANAS



Consideremos que el recipiente de la figura contiene un gas a presión p_g . La fuerza actuando en algunas de las paredes es:

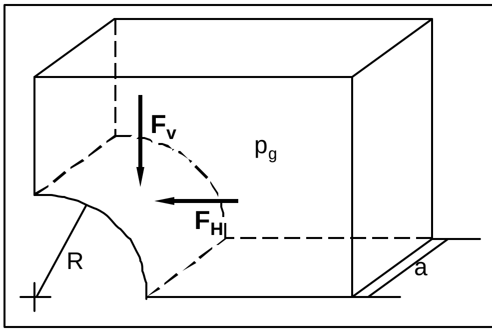
Pared vertical 1 : $F = p_g\, cb$

Fondo : $F = p_g\, cd$

Pared inclinada : $F = p_g\, ce$

Pared vertical 2 : $F = p_g\, (db+½(a-d)b)$

FUERZAS DEBIDO A LA PRESIÓN DE GASES SOBRE SUPERFICIES CURVAS



Consideremos un recipiente con una pared formada por un cuarto de cilindro de rario R y longitud a, que contiene un gas a presión p_g . La fuerza que actúa sobre esta pared la descomponemos en una componente vertical y otra horizontal.

La fuerza vertical está dada por:

$$F_v = p_g\, A_H$$

donde A_H *es la proyección de la superficie curva sobre un plano horizontal.*

En este caso A_H = Ra, resultando $F_v = p_g Ra$

La fuerza horizontal está dada por:

$$F_H = p_g\, A_v$$

donde A_v *es la proyección de la superficie curva sobre un plano vertical perpendicular a la línea de acción de* $F_{H.}$

En este caso A_v = Ra, resultando $F_H = p_g Ra$