

Prolog (1)

Carlos Hurtado L.

Depto de Ciencias de la
Computación, Universidad de
Chile

Clase Pasada

- Refutación mediante resolución para lógica de Predicados
- Extracción de respuestas de una base de conocimiento

Clase Pasada: Ejemplo: Regla Generalizada de Resolución

Dadas las cláusulas:

$(P(x), Q(g(x)))$ y $(\neg P(a), R(a), Q(z))$

En este caso $L=P(X)$, $M=P(a)$ y su UMG es $\{x/a\}$. Luego obtenemos el resolvente:

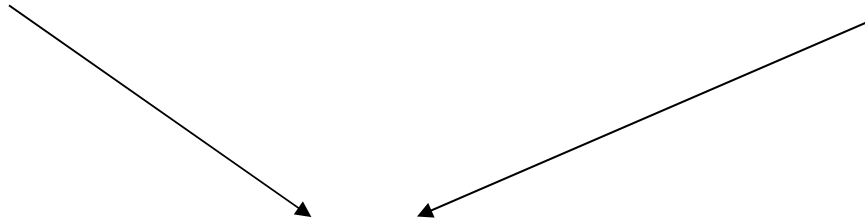
$(Q(g(a)), R(a), Q(z))$

Clase Pasada: Ejemplo: Mundo de los Bloques

- Sea $KB = \{on(b,c), on(c,d), clear(e), \forall x,y,z.(on(x,y) \wedge on(y,z) \Rightarrow above(x,z))\}$.
- ¿ $KB \models above(b,d)$?
- Transformamos $KB \wedge \neg above(b,d)$ a conjunto de cláusulas:
 $\{ (on(b,c)), (on(c,d)), (clear(e)), (\neg on(x,y), \neg on(y,z), above(x,z)), \neg above(b,d) \}$.

Clase Pasada: Ejemplo: Mundo de los Bloques

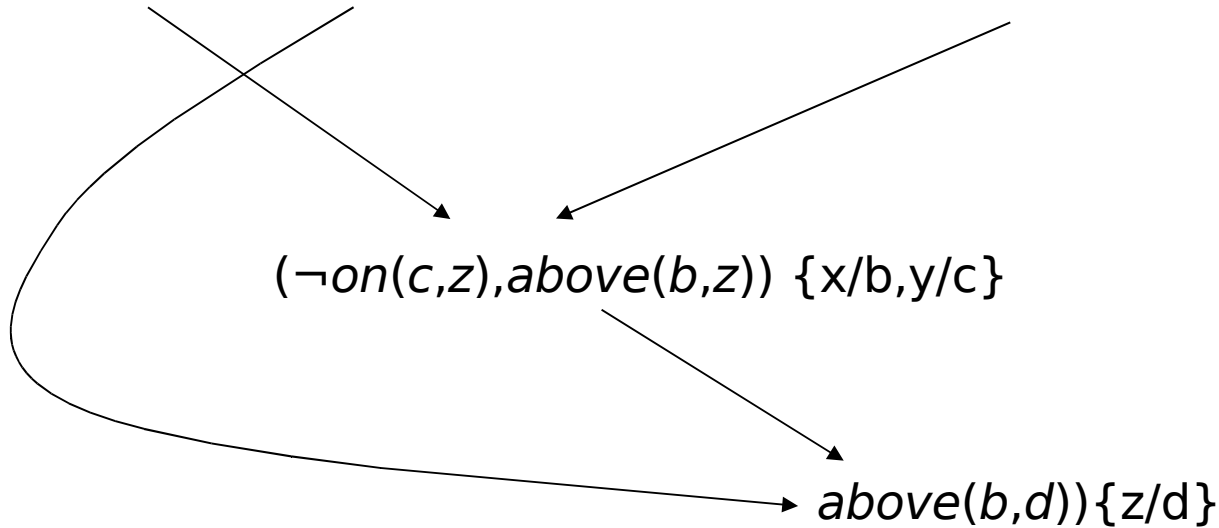
$\{(on(b,c)), (on(c,d)), (clear(e)), (\neg on(x,y), \neg on(y,z), above(x,z)), (\neg above(b,d))\}$



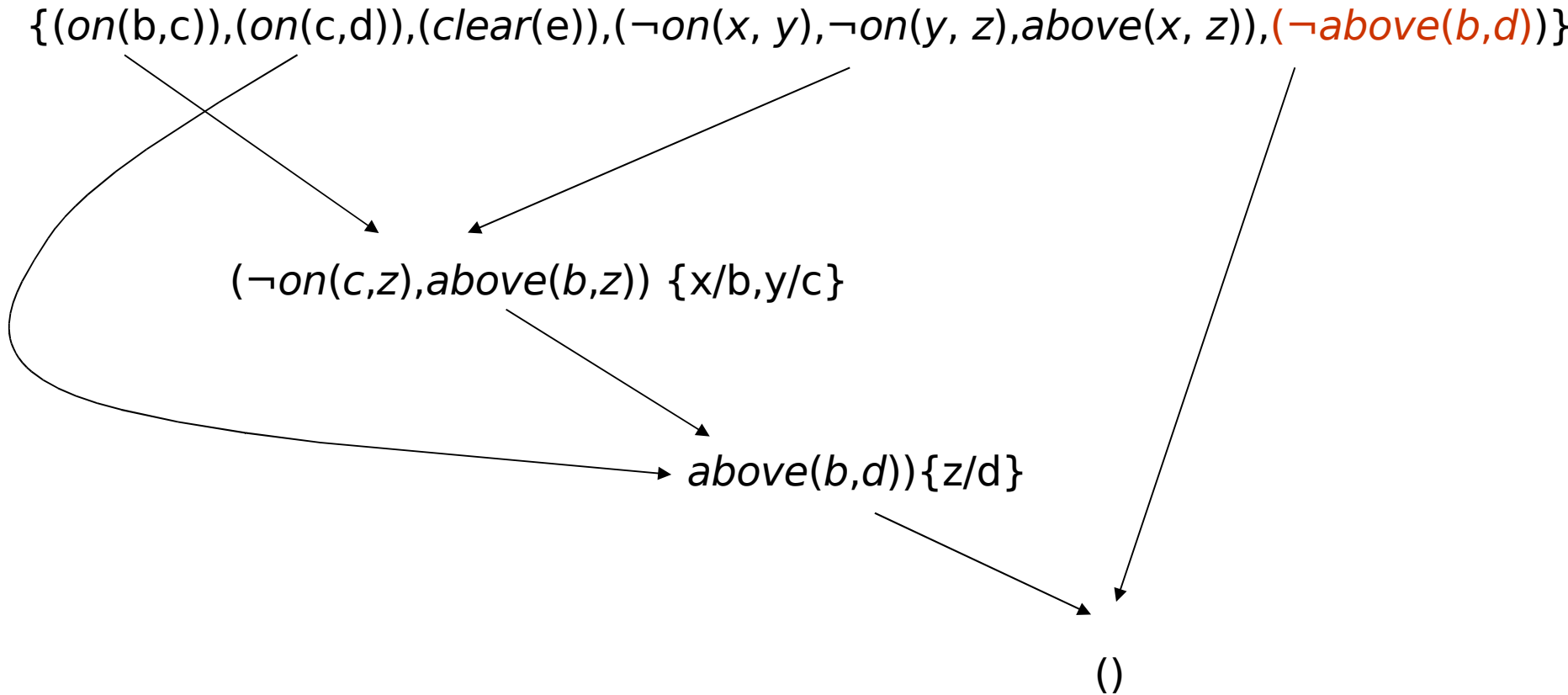
$(\neg on(c,z), above(b,z)) \{x/b, y/c\}$

Clase Pasada: Ejemplo: Mundo de los Bloques

$\{(on(b,c)), (on(c,d)), (clear(e)), (\neg on(x,y), \neg on(y,z), above(x,z)), (\neg above(b,d))\}$



Clase Pasada: Ejemplo: Mundo de los Bloques



Prolog

- ***Programation et Logique***
- Desarrollado por Colmerauer y Roussel de la Universidad de Aix-Marseille a principios de los 70s.
- Define el paradigma de programación lógica (versus programación procedural).
- Resolución sobre cláusulas de Horn

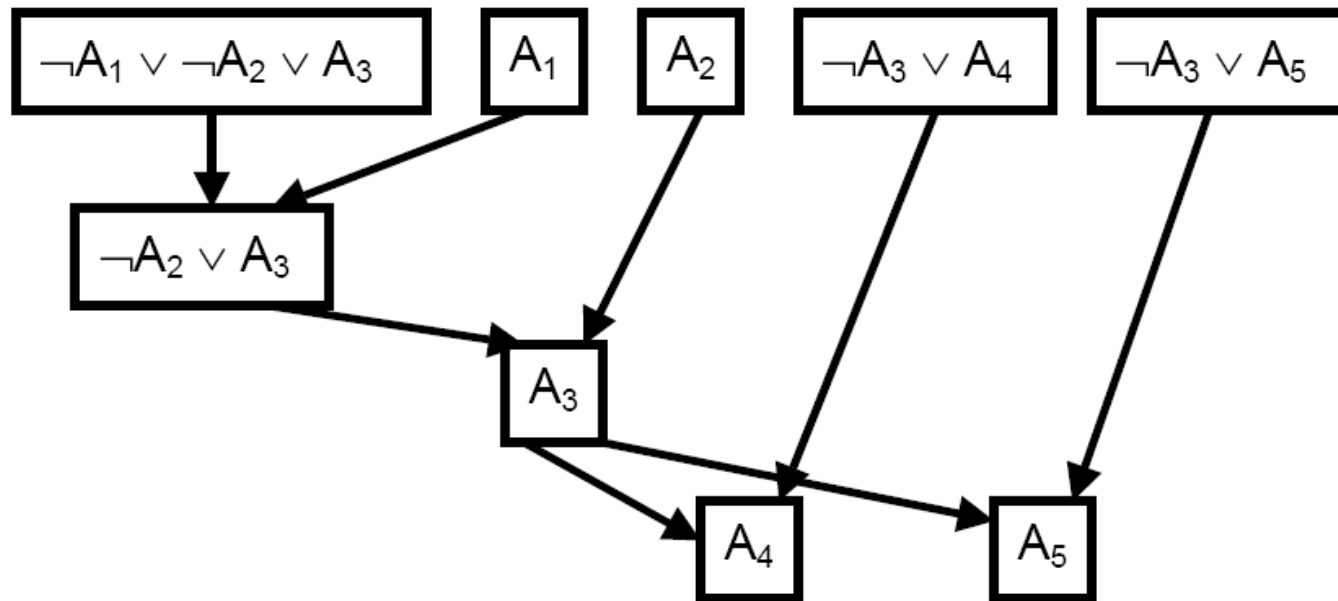
Compiladores e IDEs para Prolog

- GNU Prolog (GPL)
- SWI Prolog (LGPL)
- Kernel Prolog (GPL)
- B-Prolog (comercial)
- Strawberry Prolog (comercial)
- ... etc
- www.prolog.info lista 34 compiladores e IDEs

Cláusulas de Horn

- Cláusulas con no más de un literal positivo
- Ejemplos.
- Lógica Proposicional:
 $(P), (\neg P \vee Q), (\neg P \vee \neg Q)$
- Lógica de Predicados:
 $(P(x,a)), (\neg P(y,a) \vee Q(y,b))$

Cláusulas Proposicionales de Horn y Resolución Unitaria

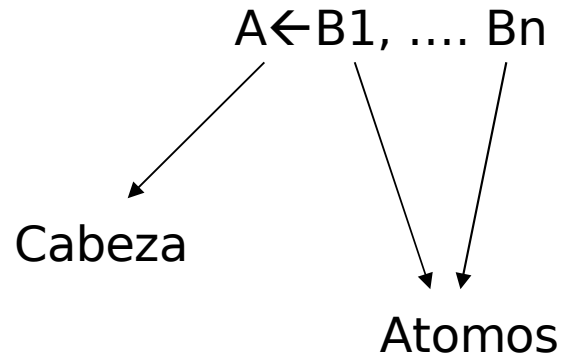


Teorema: si un conjunto de cláusulas de Horn no es satisfacible entonces existe una refutación unitaria positiva.

Corolario: También existe una refutación lineal.

Cláusulas de Horn en Prolog

$(A, -B1, \dots, -Bn)$



Casos particulares:

(A) $A \leftarrow (-B1, \dots, -Bn) \leftarrow B1, \dots, Bn$

Programa en Prolog

- Base de Conocimiento (KB):
 - Hechos:
 - Cláusulas con un único literal positivo
 - Se denotan “ $P \leftarrow$ ” o “ $P.$ ” representa la cláusula (P)
 - Reglas
 - Cláusulas con un literal positivo y más de un literal negativo
 - Ejemplo: “ $Q \leftarrow P$ ” representa la cláusula ($\neg P, Q$).

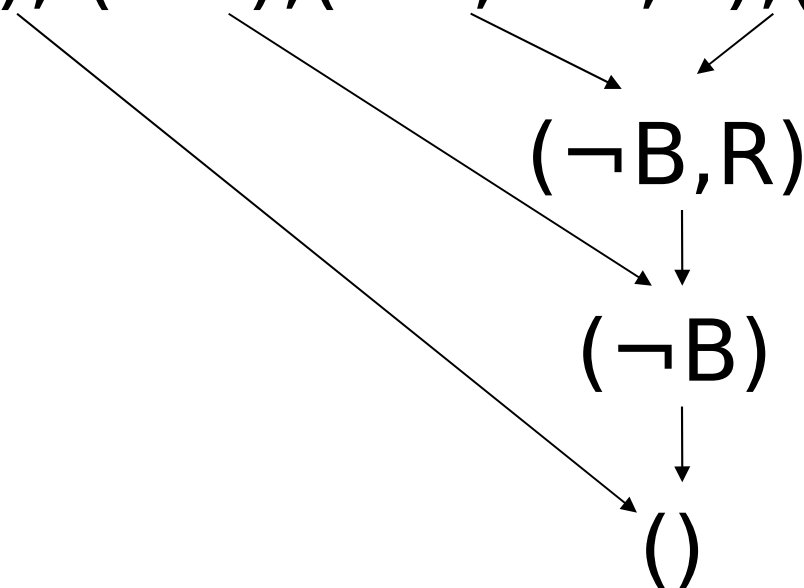
Programa en Prolog

- Objetivo o consulta (α):
 - Conjunción de literales positivos
 - Al negar el objetivo queda una cláusula con literales negativos
 - *Se denota “ $?P, Q$ ” y representa: $(P \wedge Q)$ y al negarlo queda como la cláusula $(\neg P, \neg Q)$.*
 - Es por esto que el objetivo se escribe a veces como: “ $\leftarrow P, Q$ ”
- Es decir, en Prolog $(KB \wedge \neg \alpha)$ es un conjunto de cláusulas de Horn.

Recordar: Resolución Lineal

- Sólo permite resoluciones que usan al menos una cláusula en $(KB \wedge \neg\alpha)$
- Ejemplo anterior es resolución lineal:

$\{(B), (\neg R), (\neg B, \neg O, R), (O)\}$



Recordar: Resolución Lineal

- Problema: refutación basada en resolución lineal no es completa

$\{ (P, Q) (P, \neg Q) (\neg P, Q) (\neg P, \neg Q) \}$

(P)

$(\neg P)$

$()$

Prolog proposicional vs Prolog

- Prolog Proposicional: Prolog sin variables.
- Prolog: predicados, variables, funciones, constantes.

Prolog y Resolución Lineal

- Teorema de Nerode & Shore:
 - Refutación mediante resolución lineal es completa para programas Prolog.
- Prolog implementa una variante de resolución lineal llamada resolución SLD.

Resolución SLD en Prolog

Proposicional

- Dada un objetivo $\leftarrow Q1, Q2$ (1)
- Y una regla $Q1 \leftarrow A, B, C$ (2) en el programa.
- Reemplazamos en (1) $Q1$ por el cuerpo de (2) obteniendo $\leftarrow A, B, C, Q2$ (3)
- Esto es equivalente a resolver (1) con (2)
- Se repite esta operación hasta obtener la clausula vacía " $\leftarrow$ "
- Prolog implementa SLD + estrategia primero en profundidad

Ejemplo

KB: (1) $a \leftarrow b \ \& \ c.$
(2) $b \leftarrow d \ \& \ e.$
(2') $b \leftarrow c.$
(3) $b \leftarrow g \ \& \ e.$
(4) $c \leftarrow e.$
(5) $d.$
(6) $e.$
(7) $f \leftarrow a \ \& \ g.$

Query: ?a

Derivation Attempt #1

$\leftarrow a.$	
$\leftarrow b \ \& \ c.$	Select a; choose (1)
$\leftarrow g \ \& \ e \ \& \ c.$	Select b; choose (3)
$\leftarrow g \ \& \ c.$	Select e; choose (6)
$\leftarrow g \ \& \ e.$	Select c; choose (4)
$\leftarrow g.$	Select e; choose (6)

Select g: FAIL! no matching clause

Ejemplo (cont.)

KB: (1) $a \leftarrow b \ \& \ c.$
(2) $b \leftarrow d \ \& \ e.$
(2') $b \leftarrow c.$
(3) $b \leftarrow g \ \& \ e.$
(4) $c \leftarrow e.$
(5) $d.$
(6) $e.$
(7) $f \leftarrow a \ \& \ g.$

Query: $?a$

Derivation Attempt #2

$\leftarrow a.$	
$\leftarrow b \ \& \ c.$	Select a; choose (1)
$\leftarrow d \ \& \ e \ \& \ c.$	Select b; choose (2)
$\leftarrow e \ \& \ c.$	Select d; choose (5)
$\leftarrow c.$	Select e; choose (6)
$\leftarrow e.$	Select c; choose (4)
$\leftarrow .$	Select e; choose (6)

QUERY IS TRUE: obtained answer

Resolución SLD

- **S**election rule:
 - Siempre se resuelve el primer literal del objetivo parcial
 - La resolución es guiada por el objetivo.
- **L**inear Resolution:
 - Produce resoluciones lineales
- **D**efinite Clauses:
 - Cláusulas de Horn
- **P**roblema:
 - No necesariamente termina (Prolog es incompleto)
 - Esto debido a potenciales loops en el programa

Prolog

- Resolución SLD
- Selecciona átomos a resolver del cuerpo de una regla en orden izquierda-derecha
- Selecciona reglas a usar en orden arriba-abajo
- Registra elecciones e intenta alternativas ante falla (búsqueda primero en profundidad + backtracking)

Resolución SLD (Proposicional)

SDLRes (O: Objetivo)

- Para todo átomo A_i de O
 - Para toda cláusula $A_i \leftarrow B_1, \dots, B_n$ de KB
 - Sea O' el resultado de reemplazar A_i por $B_1, \dots, B_n$ en O
 - Si O' es " $\leftarrow$ " retornar (true)
 - SDLRes(O')
- retornar(falso)

Resolución SLD (Proporcional)

- ¿Importa la elección del átomo usado para resolver?
 - No, todos los átomos deben ser “resueltos”
- ¿Importa la elección de la regla para resolver?
 - Sí: malas elecciones pueden llevar a fracasos y backtracking.

Resolución SLD

SDLRes (O: Objetivo)

- Para todo átomo A_i de O
 - Para toda cláusula $C_j \leftarrow B_1, \dots, B_n$ de KB y UMG σ para A_i y C_i :
 - Sea O' el resultado de reemplazar A_i por $B_1\sigma, \dots, B_n\sigma$ en O
 - Si O' es " $\leftarrow$ " retornar (true)
 - SDLRes(O')
- retornar(falso)

SLD con Variables en KB pero no en la Consulta

KB:

- (1) rich(joan).
- (2) mother(linda,joan).
- (3) mother(mary,linda).
- (4) rich(X) <- mother(X,Y) & rich(Y).

Query:

? rich(linda).

Derivation:

<- rich(linda).

<- mother(linda,Y) & rich(Y).

How: Select rich(linda); resolve with (4) using {X/linda}

<- rich(joan).

How: Select mother(linda,Y) ; resolve with (2) using {Y/joan}

<- .

How: Select rich(joan); resolve with (1) using { }

SLD con Variables en consulta y en KB

KB:

- (1) rich(joan).
- (2) mother(linda,joan).
- (3) mother(mary,linda).
- (4) rich(X) <- mother(X,Y) & rich(Y).

Query:

? rich(Z).

Derivation:

yes(Z) <- rich(Z).

yes(Z) <- mother(Z,Y) & rich(Y).

Select rich(Z); resolve with (4) using {X/Z}

yes(Z) <- mother(Z,joan).

Select rich(Y); resolve with (1) using {Y/joan}

yes(linda) <- .

Select mother(Z,joan); resolve with (2) using {Z/linda}

SLD con Variables en consulta y en KB (cont.)

KB:

- (1) rich(joan).
- (2) mother(linda,joan).
- (3) mother(mary,linda).
- (4) rich(X) <- mother(X,Y) & rich(Y).

Query:

? rich(Z).

A Different Derivation:

yes(Z) <- rich(Z).

yes(joan) <- .

Select rich(Z); resolve with (1) using {Z/joan}

Different derivations can give different answers;
Exercise: construct derivation that gives the
answer "mary".

Extracción de Respuestas en Prolog

- Entrega una respuesta única para consultas con variables, pero se puede forzar la búsqueda de otras respuestas (usando la opción “;”).

Resolución SDL con Extracción de Respuestas

SDLRes (O: Objetivo)

// O contiene un átomo answer(T)

- Para todo átomo A_i de O
 - Para toda cláusula $C_j \leftarrow B_1, \dots, B_n$ y UMG σ para A_i y $C_i\sigma$ de KB
 - Sea O' el resultado de reemplazar A_i por $B_1\sigma, \dots, B_n\sigma$ en O
 - Si O' es " $\leftarrow \text{resp}(T)$ " agregar T a la respuesta.
 - SDLRes(O')
- retornar(falso)

SLD con Extracción de Respuestas

KB:

1. `busy(Z) <- teaches(Z,X) & teaches(Z,Y) & distinct(X,Y).`
2. `busy(Z) <- teaches(Z,148).`
3. `teaches(craig, 384).`
4. `teaches(craig, 2534).`
5. `teaches(kyros, 384).`
6. `teaches(kyros, 2501).`
7. `teaches(suzanne, 148).`
8. `distinct(2534,384).`
9. `distinct(2501,384).`
`distinct...`

Could have used
`{Z/P}` instead; as
long as vars match

Query:

`?busy(P). ;`

Answer Clause:

`yes(P) <- busy(P).`

Derivation:

`yes(P) <- busy(P).`

`yes(P) <- teaches(P,148).`

Select `busy(P)`; resolve with

`(2)` using `{P/Z}`

`yes(suzanne) <- .`

Select `t(Z,148)`; resolve with

`(2)` using `{Z/P}`

Answer: `suzanne`

(others: `craig`, `kyros`... show!)

Listas en Prolog

- Prolog provee funciones y predicados para manejar listas:
 - Consider the function *cons*, constant *el*:
 - *cons* accepts two args, returns pair containing them
 - e.g, *cons(a,b)*, *cons(a,cons(b,c))*
 - *el* is a constant denoting the empty list
 - A proper list is either *el* or a pair whose second element is a proper list
 - *cons(a, cons(b, cons(c, el)))* = [a,b,c]

Notación de Listas en Prolog

- `[]` is a constant symbol (empty list)
- `[ | ]` is a binary function symbol: infix notation (cons)
 - $[X|Y] \equiv \text{cons}(X,Y)$
- `[a,b,c]` shorthand for `[a | [b | [c | [] ] ] ]` $\equiv$ `cons(a,cons(b,cons(c,el)))`.
 - $[c | []] \equiv [c]$ the list 'c'—different from 'c' by itself.
 - $[b | [c]] = [b,c]$ the list 'b,c'.
 - $[a | [b,c]] = [a,b,c]$.

Definición de Concatenación (Append)

- El predicado $\text{Append}(X, Y, Z)$ se define usando dos reglas:

(A1) $\text{append}([], Z, Z).$

(A2) $\text{append}([E1 \mid R1], Y, [E1 \mid \text{Rest}]) \leftarrow \text{append}(R1, Y, \text{Rest}).$

Ejemplo Concatenación (1)

Query: ? append([a,b], [c,d], [a,b,c,d]).

(A1) append([], Z, Z).

(A2) append([E1 | R1], Y, [E1 | Rest]) <-
append(R1, Y, Rest).

Derivation:

yes <- append([a,b], [c,d], [a,b,c,d]).

yes <- append([b], [c,d], [b,c,d]).

Resolve with (A2) using { E1/a, R1/[b], Y/[c,d], Rest/[b,c,d] }

yes <- append([], [c,d], [c,d]).

Resolve with (A2) using { E1/b, R1/[], Y/[c,d], Rest/[c,d] }

yes <- .

Resolve with (A1) using { Z/[c,d] }

Answer: yes

Ejemplo Concatenación (2)

Query: ? append([a,b], [c,d], [g,b,c,d]).

(A1) append([], Z, Z).

(A2) append([E1 | R1], Y, [E1 | Rest]) <-
append(R1, Y, Rest).

Derivation:

yes <- append([a,b], [c,d], [g,b,c,d]).

No append rule can unify with this atom
(convince yourself: look at E1)

Answer: no

Ejemplo Concatenación (3)

Query: ? append(L, M, [a,b,c,d]).

(A1) append([], Z, Z).

(A2) append([E1 | R1], Y, [E1 | Rest]) <-
append(R1, Y, Rest).

Derivation:

yes(L,M) <- append(L, M, [a,b,c,d]).

yes([a|R1], M) <- append(R1, M, [b,c,d]).

Resolve with (A2) using { L/[a|R1], Y/M, E1/a, Rest/[b,c,d] }

yes([a], [b,c,d]) <- .

Resolve with (A1) using { R1/[], M/[b,c,d], Z/[b, c,d] }

Answer: L = [a], M = [b,c,d]

Ejercicio: Concatenación

- Exercise: Give derivations for at least two other answers for the previous query:
- Query: ? append(L, M, [a,b,c,d]).
 - L = [], M = [a,b,c,d]
 - L = [a], M = [b,c,d]
 - L = [a,b], M = [c,d]
 - L = [a,b,c], M = [d]
 - L = [a,b,c,d], M = []
- Note that specifying append “declaratively” (as a set of clauses) means that we can use these clauses in very flexible ways. This would not be possible with a “procedural” representation!