Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ciencias de la Computación

Semestre Primavera 2007
Fundamentos de Ciencias de la Computación
CC30B

Profesor: Gonzalo Navarro.
Auxiliares: Gonzalo Ríos, Esteban Allende
Fecha: 02 de Diciembre de 2007

Ejercicios Propuestos

1 Pregunta 1

Un Autómata de Cola es muy similar a un Autómata de Pila, solo que en vez de usar una Pila usa una Cola.

1. Defina formalmente un Autómata de Cola.
2. Demuestre que un Autómata de Cola es equivalente a una Máquina de Turing.

   Hint: Use la Tesis de Church, y de por hecho que un Autómata de dos Pilas es equivalente a una Máquina de Turing.

2 Pregunta 2

Una Máquina de Turing Bidimensional se define igual que una Máquina de Turing, a diferencia que la cinta tiene dos dimensiones, es decir, los movimientos permitidos son $\rightarrow$, $\leftarrow$, $\uparrow$, $\downarrow$. Demuestre que una Máquina de Turing Bidimensional es equivalente a una Máquina de Turing.

Hint: Usa una MT de 3-cintas.

3 Pregunta 3

Se desea construir una Máquina de Turing tal que reciba un número natural escrito en unario, y entregue su factorización en primos. Para esto, siga el siguiente procedimiento:

1. Construya la MT Multiplicadora, que recibe dos números naturales escritos en unario, y entrega su multiplicación. Su especificación es:

   $\# \quad I^n \quad \# \quad I^m \quad \underline{\#} \quad \rightarrow \quad \# \quad I^{n*m} \quad \underline{\#} \quad \#$

2. Construya la MT EsPrimo, tal que reciba un número natural, y responda I si el número es primo, o $\#$ si no lo es. Su especificación es:

   $\# \quad I^n \quad \underline{\#} \quad \rightarrow \quad \# \quad I \quad \underline{\#}$ si n es primo

   $\# \quad I^n \quad \underline{\#} \quad \rightarrow \quad \# \quad \# \quad \underline{\#}$ si n no es primo

3. Construya la MT Primo, tal que reciba un número natural n, y entrega el $n-\acute{e}simo$ número primo. Su especificación es:

   $\# \quad I^n \quad \underline{\#} \quad \rightarrow \quad \# \quad I^{p_n} \quad \underline{\#}$, donde p_n es el $n-\acute{e}simo$ primo.

4. Usando las MT's anteriores, construya Factorizacion, tal que reciba un natural y entregue su descomposición en primos. Su especificación es:

   $\# \quad I^n \quad \underline{\#} \quad \rightarrow \quad \# \quad I^{n_{p_1}} \quad \# \quad I^{n_{p_2}} \quad \# \quad I^{n_{p_3}} \quad \# \quad ... \quad \# \quad I^{n_{pk}} \quad \underline{\#}$

   Donde se cumple que $n = (p_1)^{n_{p_1}}(p_2)^{n_{p_2}}(p_3)^{n_{p_3}}....(p_k)^{n_{p_k}}$

4 Pregunta 4

1. Dadas las gramáticas libre del contexto G_1 y G_2, Pruebe que determinar si $L(G_1) \cap L(G_2) = \phi$ no es decidible

   Hint: Use $G_1 = \{wcw^R : w \in \Sigma\}$ y reduzca el problema al problema de Correspondencia de Post.

2. Pruebe que la siguiente función no es Turing-Computable

   $f : \{I, c\}^* \rightarrow \{I, c\}^*$

   $$f(w) = \begin{cases} \varepsilon & \text{si} \quad w \neq \rho(M) \text{ para toda MT } M \\ \rho(M') & \text{si} \quad w = \rho(M) \text{ para alguna MT } M \text{, y } M' \text{ es una MT equivalente a M} \\ & \qquad \text{tal que el número de estados de } M' \text{ es lo menos posible} \\ & \qquad \text{y el largo de } \rho(M') \text{ es minimal lexicográficamente.} \end{cases}$$

3. ¿Es el siguiente problema indecidible?

   Dada una MT M y un simbolo a, ¿M escribe alguna vez el simbolo a partiendo con la cadena vacía?

4. ¿Es el siguiente problema indecidible?

   Dada una MT M, ¿Existe un w tal que M recorre todos sus estados con la entrada w?

5 Problema 5

Se dice que una MT M enumera a un lenguaje L si existe un estado q de M tal que L=$\{w : (s, \#) \vdash_M^* (q, \#w\#)\}$. Prueba que L es Turing-aceptable si y solo si L es enumerable por alguna MT.