Clase Auxiliar 2

1.- Clasificación de Modelos

Es posible clasificar los modelos según **:**

TIEMPO (en el cual ocurren los eventos)	**TIEMPO DISCRETO** (si el tiempo transcurre a "saltos")	
	TIEMPO CONTINUO (si el tiempo especificado es un flujo continuo)	De eventos discretos
		De ecuaciones diferenciales

RANGO (de las variables descriptivas)	**ESTADO DISCRETO** (si las variables sólo pueden contener un conjunto discreto de valores)
	ESTADO CONTINUO (si el conjunto de valores puede ser representado por un número real o intervalos de ellos)
	ESTADO MIXTO (algunas variables tienen rango discreto y otros rango continuo)

VARIABLES ALEATORIAS (presencia de ...)	**DETERMINÍSTICO** (no existen variables aleatorias)
	ESTOCÁSTICO O PROBABILÍSTICO (hay al menos una variable aleatoria en el modelo)

INTERACCIÓN CON EL ENTORNO	**AUTÓNOMO** (aislado del entorno)
	NO AUTÓNOMO (recibe entradas no controladas por el modelo, a las cuales se debe responder)

2.- Variables de Estado

Las variables de estado corresponden a un subconjunto de todas las variables descriptivas, de modo que es suficiente conocer el valor actual de ellas para calcular los valores futuros de todas las variables descriptivas del modelo.

Recordemos que nos interesa modelar sistemas reales, con el fin de que a partir de éste modelo sea posible realizar una simulación en un computador. Entonces, en particular, nos interesan los modelos invariantes en el tiempo, o sea aquellos cuyas reglas de interacción que no dependen del tiempo, sino de los valores de sus variables de estado.

Para realizar una simulación en computador, debemos considerar el tiempo discreto, o sea que avanzamos en intervalos constantes de tiempo. Esto lo expresamos así: $t_{i+1} - t_i = h$; i=1, ..., N. Entonces, sea $y_1(i)$, ..., $y_m(i)$ el conjunto de valores de las variables de estado en t_i, una simulación de la transición a t_{i+1} calcula los valores de estado $y_1(i+1)$, ..., $y_m(i+1)$, a partir de los cuales es posible calcular las demás variables descriptivas (que no sean de estado ni de entrada), $y_{m+1}(i+1)$, ..., $y_n(i+1)$ en t_{i+1}. A este de simulaciones les llamaremos *iterativas de tiempo discreto en modelo invariante en el tiempo.*

¿Cómo encontrar variables de estado?

1) Identificar variables descriptivas del modelo e interacciones.
2) Identificar variables de entrada (externas), si el modelo es no – autónomo.
3) Identificar candidatos a variables de estado a partir de la inspección de las interacciones. Si hay variables de las cuales dependen los valores de las demás variables en cada tiempo, estas son candidatas a variables de estado.

Nota sobre modelos no-autónomos

Los modelos no-autónomos tienen variables de entrada **externas** las cuales en ningún caso son variables de estado. Sin embargo hay variables de estado que pueden comportarse como entradas **internas** del modelo. Es importante notar esta sutil diferencia, para no cometer errores buscando los conjuntos de las variables de estado.

Problemas

Problema #1 (basado en P1, control #1, 2001/02)

Suponga que dos vías de ferrocarril se juntan a una sola, según ilustra la Figura 1. En la unión hay un interruptor manual, que sirve para conectar una de las vías incidentes a la final. El interruptor tiene tres posiciones: vía superior conectada, vía inferior conectada y todas las vías desconectadas. Cada vía incluyendo la final, tiene un semáforo que indica la conectividad que sigue. Estos semáforos se describen así:

a) Semáforos de las vías incidentes: tienen 2 luces (verde y roja), con el significado habitual: por ejemplo, si está encendida la luz verde, que la vía está conectada, y por lo tanto, un tren puede seguir porque continuará en la vía final.
b) Semáforo de la vía final: tiene 2 luces (verde y roja), con el mismo significado anterior, pero además hay dos flechas luminosas: una apuntando hacia la vía superior y otra hacia la vía inferior. Sólo cuando está encendida la luz verde, también está encendida una de las flechas luminosas, dando una idea al conductor del tren hacia cuál de las vías continuará cuando pase la intersección.

Se pide hacer una descripción informal de un modelo de este sistema. Indique los supuestos que considere necesarios.
Clasificar este modelo según si es autónomo o no (indicar justificación breve)

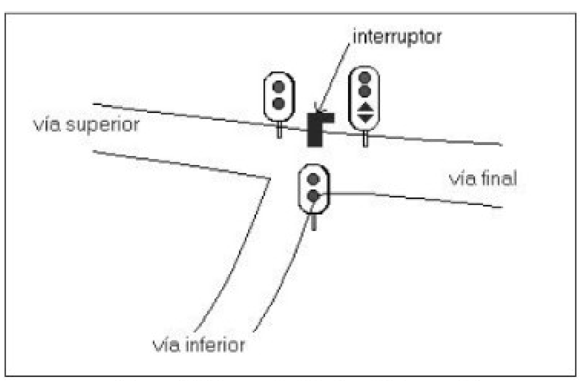


Figura 1. Intersección de vías de ferrocarril.

Problema #2

Los dirigentes de la Asociación de Fútbol de Pelotillehue (AFP), debido a los malos resultados que han obtenido en sus partidos pertenecientes al proceso de clasificatorias para el mundial (especialmente de local), están pensando en despedir a su entrenador. Una de las principales sospechas que tienen es que parte del trabajo es efectuado por el Preparador Físico.
Para justificar sus sospechas, en el último partido ante su clásico rival Buenas Peras, los dirigentes lo han estado vigilando, observando que el entrenador funciona de la siguiente forma:

- Al empezar el partido (o el segundo tiempo) se sienta en la banca. En un instante dado, si un jugador comete algún error, el Preparador físico le avisa al entrenador.
- Si un jugador comete un cuarto error, el entrenador se enoja y lo sustituye por el primer jugador que se encuentra en la banca (sin preocuparse si juega en la misma posición)
- El entrenador tiene 1 jugador predilecto, el cual no lo cambia aunque cometa más de tres errores.
- Cuando finaliza el primer tiempo, el entrenador se coloca a hablar por teléfono durante todo el entretiempo, olvidándose de sus jugadores que se encuentran descansando.
- El entrenador no conoce el nombre de los jugadores, sólo los diferencia por el número que tienen en la camiseta.

Realice un modelo informal que permita simular las actividades que realiza el entrenador en un partido (de tal forma que se pueda despedir al entrenador y reemplazarlo por algún sistema).

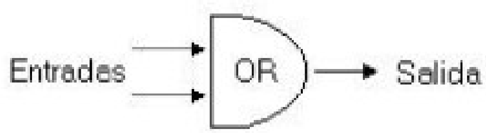
Para ello considere además:

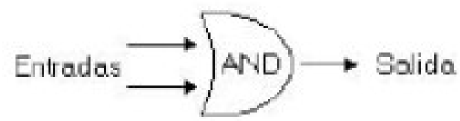
- Cada tiempo dura 45 minutos (no hay tiempo adicional). El entretiempo dura 15 minutos.
- Los cambios de jugadores se efectúan en la misma unidad de tiempo (no es necesario detener el partido).
- Suponga que los titulares son los jugadores del 1 al 11, y los suplentes del 12 al 15.

Problema #3

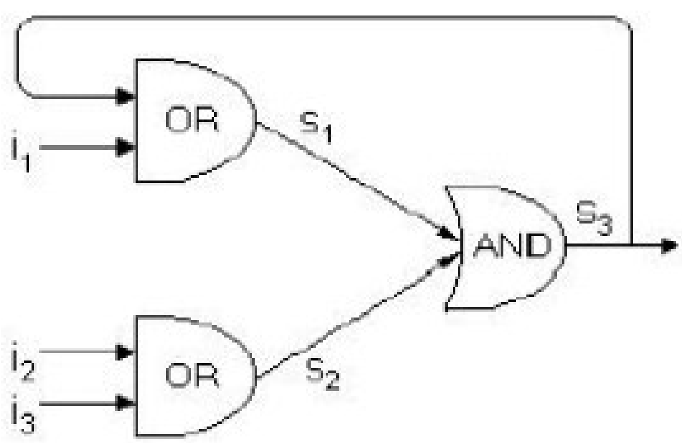
Suponga que existen dos dispositivos, AND y OR, con las siguientes características:

> OR tiene dos entradas, cada una de ellas con valores posibles, 0 y 1. Si alguna (o ambas) de estas entradas tiene un valor 1, en la siguiente unidad de tiempo, la salida tiene valor 1. En caso contrario, tiene valor 0.
>
> AND tiene dos entradas, cada una con dos valores posibles, 0 y 1. Si alguna (o ambas) de estas entradas tiene un valor 0, en la siguiente unidad de tiempo, la salida tiene valor 0. En caso contrario, tiene valor 1.





Suponga un sistema como el siguiente con estos dispositivos, s3 es variable de salida, i1, i2, i3 con variables de entrada. Los cables de conexión son instantáneos.



Demuestre que {s1, s2, s3} es un conjunto de variables de **estado.**

Solución

Problema #1

- **Componentes:**
  INTERRUPTOR, SEMAFORO_S, SEMAFORO_I, SEMAFORO_F
- **Variables descriptivas:**
  - Para INTERRUPTOR:
    POSICION: con rango {SUPERIOR, INFERIOR, DESCONECTADO}
  - Para SEMAFORO_S:
    LUZ_S: con rango {ROJO, VERDE}; LUZ_S = x significa que el semáforo de la vía superior está en color x.
  - Para SEMAFORO_I:
    LUZ_I: con rango {ROJO, VERDE}; LUZ_S = x significa que el semáforo de la vía inferior está en color x.
  - Para SEMAFORO_F:
    LUZ_F: con rango {ROJO, VERDE}; LUZ_S = x significa que el semáforo de la vía final está en color x.
    FLECHA: con rango {ARRIBA, ABAJO, NINGUNA}; FLECHA=ARRIBA significa que la flecha superior está encendida, FLECHA=ABAJO significa que la flecha inferior está encendida y FLECHA=NINGUNA significa que ninguna flecha está encendida.
- **Interacciones entre componentes:**

(1) Cuando la POSICION del INTERRUPTOR es puesta en SUPERIOR: LUZ_S es puesta en VERDE, LUZ_I es puesta en ROJO, LUZ_F es puesta en VERDE, FLECHA de ARRIBA es encendida.

(2) Cuando la POSICION del INTERRUPTOR es puesta en INFERIOR: LUZ_S es puesta en ROJO, LUZ_I es puesta en VERDE, LUZ_F es puesta en VERDE, FLECHA de ABAJO es encendida.

(3) Cuando la POSICION del INTERRUPTOR es puesta en DESCONECTADO: LUZ_S es puesta en ROJO, LUZ_I es puesta en ROJO, LUZ_F es puesta en ROJO, FLECHA es NINGUNA.

- **Parámetros:**
  No se identifican en el problema
- **Supuestos:**

1) Las flechas permanecen encendidas o apagadas y los semáforos con los valores tomados en forma indefinida, a menos que se cambie la posición del interruptor de acuerdo a las reglas precedentes.

2) Los semáforos están sincronizados con el interruptor de modo que todos cambian sus colores cuando cambia la posición del interruptor.

El sistema estudiado es no autónomo, ya que recibe una entrada que no es controlada por el sistema pero que afecta su estado a través del interruptor, que debe ser controlado por una persona.

Problema #2

Componentes:

ENTRENADOR, PREPARADOR_FISICO, JUGADOR_i con i=1,...,15, PARTIDO

Variables Descriptivas:

-ENTRENADOR:

ESTADO_ENTRENADOR – con rango {SENTADO, HABLANDO}

-PREPARADOR_FISICO

JUGADOR_ERROR – con rango {0, 1, ..., 15}. Significa el número del jugador que cometió un error en el partido en el instante de tiempo. Si es 0, ningún jugador cometió un error en ese instante.

JUGADOR_i

ESTADO_JUGADOR_i – con rango {JUGANDO, BANCA, DESCANSANDO}

ERRORES_COMETIDOS_i – con rango

PARTIDO

ESTADO_PARTIDO – con rango {JUGANDOSE, FINALIZADO}

SUSTITUCIONES_EFECTUADAS – con rango {0,1,2,3}

Parámetros:

– J_PREFERIDO – con rango {1, ..., 15}, significa el número del jugador preferido por el entrenador

– DURACION_TIEMPO – con valor fijo igual a 45 minutos

– DURACION_ENTRETIEMPO – con valor fijo igual a 15 minutos

Interacciones entre componentes:

(1) ESTADO_ENTRENADOR con valor SENTADO durante DURACION_TIEMPO.

(2) Después de ese tiempo, ESTADO_ENTRENADOR con valor HABLANDO durante DURACION_ENTRETETIEMPO. Además, ESTADO_JUGADOR_i con valor DESCANSANDO durante ese mismo período, para todo i, tales que ESTADO_JUGADOR_i tenga valor JUGANDO.

(3) Después de ese tiempo, ESTADO_ENTRENADOR con valor SENTADO durante DURACION_TIEMPO. Además ESTADO_JUGADOR_i con valro JUGANDO durante ese mismo periodo, para todo i tales que ESTADO_JUGADOR_i tenga valor DESCANSANDO.

(4) Después de ese tiempo, ESTADO_JUGADOR_i con valor DESCANSANDO, para todo i tales que ESTADO_JUGADOR_i tenga valor JUGANDO. Además ESTADO_PARTIDO con valor FINALIZADO.

(5) Cuando JUGADOR_ERROR distinto de 0 en cualquier instante de tiempo dado, entonces
-ERRORES_COMETIDOS_{JUGADOR_ERROR} se incrementa en 1.
-Si ERRORES_COMETIDOS_{JUGADOR_ERROR} mayor que 3 y JUGADOR_ERROR distinto de J_PREFERIDO, y SUSTITUCIONES_EFECTUADAS menor que 3, entonces:
– ESTADO_JUGADOR_{JUGADOR_ERROR} con valor BANCA y
– SUSTITUCIONES_EFECTUADAS se incrementa en 1 y
– ESTADO_JUGADOR_{11 + SUSTITUCIONES_EFECTUADAS} con valor JUGANDO

Supuestos:
-Los jugadores que se sustituyen no vuelven a jugar durante el partido.

Problema #3

Para demostrar que una variable es de estado, es necesario mostrar dos cosas:

1) Que su valor en t+1 puede ser determinado a partir de variables de estado y de entrada de un tiempo t.
2) Que su valor en t determina el valor en t de las demás variables descriptivas.

En este caso el conjunto de variables de estado corresponde a todo el conjunto de variables descriptivas. Así que solo debemos demostrar el ítem 1.

Entonces debemos demostrar que el valor de s1(t+1), s2(t+1) y s3(t+1) se puede obtener a partir de i1(t), i2(t), i3(t), s1(t), s2(t) y s3(t).

A partir del diagrama obtenemos entonces, las siguientes relaciones:

s1(t+1) = s3(t) + i1(t)
s2(t+1) = i2(t) + i3(t)
s3(t+1) = s1(t) + s2(t)

Así, hemos demostrado que los valores de las variables s1, s2, s3 en t+1 pueden ser calculados a partir de los valores de las variables especificadas en un tiempo t, por lo tanto, se demuestra que s1, s2 y s3 son variables de estado.