

# AS31B: Astrofísica de $\star$ s - Tarea 1

**Inicio: Lunes 6 de Agosto**

**Entrega: Lunes 20 de Agosto, en clase de cátedra**

## 1. Explosiones en sistemas binarios.

Las Supernovas de Tipo Ia son estrellas que explotan en sistemas binarios, en general debido a la transferencia de masa de una compañera. En este problema exploraremos lo que ocurre con el sistema binario después de la explosión.

- (a) Considere un sistema binario con estrellas de masas iniciales  $M_1$  y  $M_2$ , con  $M_1 > M_2$ . De la definición de centro de masa, debiera cumplirse que (antes de la explosión):

$$M_1 \vec{V}_1 + M_2 \vec{V}_2 = (M_1 + M_2) \vec{V}_{\text{CdM}} = 0 \quad (1)$$

donde  $\vec{V}_1$  y  $\vec{V}_2$  son las velocidades de las estrellas 1 y 2 respectivamente vistas desde el Centro de Masa, y  $\vec{V}_{\text{CdM}}$  es la velocidad del Centro de Masa (CdM).

Habitualmente la estrella más masiva ( $M_1$ ) es la que explota. Supongamos que durante la explosión la estrella 1 pierde una masa  $\Delta M$ , de modo que su nueva masa pasa a ser  $M'_1 = M_1 - \Delta M$ .

**Demuestre** que la velocidad del centro de masa, inmediatamente después de la explosión, está dada por:

$$\vec{V}_{\text{CdM}} = \frac{\Delta M M_2}{M_1 (M_1 + M_2 - \Delta M)} \vec{V}_2 \quad (2)$$

**Explique** lo que ocurre cuando  $\Delta M \rightarrow M_1$ . ¿Le parece esto razonable?

Hint: Asuma que la explosión es instantánea, es decir que la masa  $\Delta M$  se expande radialmente hacia el infinito instantáneamente y considere la ecuación (4) inmediatamente antes e inmediatamente después de la explosión.

- (b) Demuestre que la energía total de un sistema binario, puede escribirse como:

$$E = \frac{1}{2} M V_{\text{CdM}}^2 + \mu \left( \frac{1}{2} v^2 - \frac{GM}{r} \right) \quad (3)$$

donde  $M$  es la masa total del sistema,  $\mu$  su masa reducida y  $v$  la velocidad relativa entre los miembros del par. El signo del segundo término en (6) (que está entre paréntesis) define si el sistema es ligado o no (el primer término sólo da cuenta de la energía cinética del sistema como un todo). Para una órbita (inicial) circular (¡ligada!), **demuestre** que:

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{GM}{r} = -\frac{1}{2} \frac{GM}{r} \quad (4)$$

- (c) A partir de la ecuación (7), **demuestre** que la condición para que el sistema pase a estar desligado gravitacionalmente después de la explosión es que la pérdida de masa en la explosión sea mayor que la mitad de la masa total del sistema, es decir que:

$$\Delta M > \frac{1}{2} (M_1 + M_2) \quad (5)$$

Hint: Evalúe el lado izquierdo de (7) inmediatamente después de la explosión e imponga la condición de pérdida de ligazón.

- (d) Para el caso crítico anterior, calcule la velocidad resultante del centro de masa.  
 (e) A la luz de su resultado anterior, discuta si es posible explicar este pulsar que escapa a gran velocidad de la Vía Láctea.:

<http://www.spaceref.com/news/viewpr.html?pid=19032>

## 2. Escala de magnitudes.

- (a) Considere un objeto extendido (por ejemplo un planeta, una nebulosa, o una galaxia) que subtiende un ángulo sólido finito (medible) en el cielo. Por analogía con la escala de magnitudes vista en clases, se define la “magnitud superficial” de este objeto extendido como:

$$m_S = -2.5 \log f_S + \text{Constante} \quad (6)$$

donde  $f_S$  es el flujo radiante observado (fuera de la atmósfera terrestre) por unidad de ángulo sólido en la fuente (también llamado “brillo superficial”), es decir:

$$f_S = \frac{dF_{\oplus}}{d\Omega} [\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}] \quad (7)$$

donde  $dF_{\oplus}$  es un elemento infinitesimal de flujo radiante observado (también fuera de la atmósfera terrestre) que subtiende un elemento infinitesimal de ángulo sólido  $d\Omega$ , sobre la extensión de la fuente.

**Demuestre** que, en ausencia de material absorbente entre la fuente y el observador,  $m_S$  es independiente de la distancia a la fuente,

- (b) Note Ud. que la magnitud antes definida es adimensional (del mismo modo que la magnitud “clásica” para objetos puntuales vista en clases, que se mide en unidades de “magnitudes”). Sin embargo para diferenciarla de la magnitud de objetos puntuales,  $m_S$  se mide en “magnitudes por unidad de ángulo sólido”, e.g., en [mag arc-sec<sup>2</sup>] (esto es un abuso de lenguaje pues los arc-sec<sup>2</sup> van dentro del logaritmo!).

La magnitud superficial natural del cielo (debido a varias fuentes) en un buen lugar y en Luna nueva (e.g., Cerro Tololo ([www.ctio.noao.edu](http://www.ctio.noao.edu)) o La Silla ([www.la.silla.eso.org](http://www.la.silla.eso.org))) es de  $V=21.9$  mag arc-sec<sup>2</sup>. **Calcule** el brillo total del cielo (o hemisferio) visible si uno fuese capaz de recolectar toda esta luz en un solo punto (asuma que

el brillo superficial del cielo es constante). ¿Cómo se **compara** este “brillo del cielo” con el brillo de Venus en su máximo de -4.4 mag, o de la Luna llena de -12.6 mag?

3. Considere un sistema binario, en el que la magnitud aparente del sistema (no resuelto) en una cierta banda (o filtro) es  $m_{12}$ . Si la magnitud aparente de la primaria (= la estrella más brillante del sistema) en la misma banda (o filtro) es  $m_1$ , calcule el valor **máximo** y **mínimo** que puede tomar la diferencia de magnitudes aparentes entre el sistema y la primaria, *i.e.*,  $m_{12} - m_1$ .

4. Radiación.

Calcule el número de fotones emergentes por unidad de tiempo en la superficie del Sol. Para ello debe modelar la radiación del astro como cuerpo negro y seguir los siguientes pasos:

- Defina la intensidad específica  $I_\nu$  y calcule el flujo de energía **emergente** por unidad de tiempo, área y frecuencia  $F_\nu$ .
- A partir de la última expresión para el flujo de energía determine el flujo de fotones por unidad de tiempo, área y frecuencia. Integre esta última expresión sobre todo el rango de frecuencias para así obtener el flujo de fotones por unidad de tiempo y área.
- Calcule el número total de fotones por segundo que escapan de la superficie del Sol evaluando numéricamente con el radio solar igual a  $6.96 \times 10^{10}$  cm.
- Calcule el número de fotones por segundo que atraviesan una superficie de  $1 \text{ m}^2$  a la distancia promedio Sol-Tierra (1 Unidad Astronómica).
- Si el Sol se mueve a 10 pc de distancia, calcule lo mismo que en la parte (d).

5. Coordenadas Celestes.

El efecto combinado de la atracción Solar y Lunar sobre el abultamiento ecuatorial del Sol induce lo que se conoce como “precesión de los equinoccios”. Esto equivale al movimiento de precesión de un trompo, girando bajo la influencia de la gravedad. Además de que la intersección del ecuador celeste y el plano de la órbita terrestre (= “plano de la eclíptica”) se mueven (lo que da justamente origen a la precesión de los equinoccios), los polos terrestres también precesan lentamente, cuando se los proyecta sobre la esfera celeste (es decir los polos celestes se desplazan en el cielo).

En este ejercicio Ud. deberá usar un programa de simulación del cielo, llamado “starrynight”. Este programa, que corre bajo PC-Windows, lo puede bajar desde:  
[http://www.das.uchile.cl/~rmendez/ftp/Astronomia\\_de\\_Verano/starrynight.rar](http://www.das.uchile.cl/~rmendez/ftp/Astronomia_de_Verano/starrynight.rar)  
Este es un archivo comprimido. Descomprímalo, e instale el software en su computadora. Deberá familiarizarse con sus funciones (es bastante intuitivo), para poder responder las preguntas siguientes.

- (a) En la actualidad hay una estrella bastante brillante (visible a simple vista) cerca del polo norte celeste (la llamada “estrella polar”). Esta estrella permite, de hecho, encontrar a simple vista el Polo Norte Celeste con bastante precisión. Describa sus características, en particular, a que Constelación pertenece, cuál es su distancia actual al Polo Celeste Norte (en unidades angulares), su distancia Heliocéntrica (en años luz), y su magnitud aparente.
- (b) ¿Existe alguna estrella cerca del Polo Celeste Sur en la actualidad? Si existe, diga cuál es y argumente si es o no visible a simple vista.
- (c) Como producto de la precesión la estrella  $\delta$  Velorum, actualmente con coordenadas ecuatoriales  $(RA, DEC) = (08h44m42.2s, -54^{\circ}42'30'')$  se encontrará en el futuro muy cerca del Polo Celeste Sur. Diga aproximadamente cuando ocurrirá ésto. Describa sus características, en particular, a que Constelación pertenece, cuál es su distancia al Polo Celeste Sur (en unidades angulares) en el momento de sus distancia mínima, su distancia Heliocéntrica (en años luz), y su magnitud aparente.
- (d) Diga en que constelación estaba el punto vernal (o equinoccio de invierno) al comienzo de la era Cristiana (¿entiende porqué los cristianos se identifican a veces con este símbolo?), en la actualidad, y en que año aproximadamente, transitará desde la actual constelación hacia la próxima. ¿Cuál es esta próxima constelación?

Dirija sus comentarios o dudas a Alejandra Molina  
(e-mail: amolina@ing.uchile.cl, tel. 977 1090)