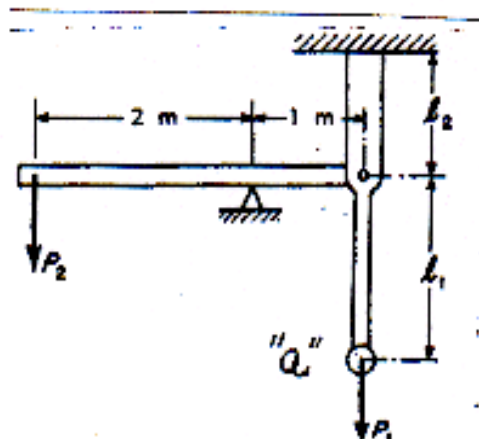


**Problema N° 1**

La barra vertical de la figura tiene una sección transversal de área  $A_2$  en la longitud  $l_2$ , una sección transversal  $A_1$  en la longitud  $l_1$  y un módulo de elasticidad  $E$ .

Hallar la relación  $P_1/P_2$  para que el desplazamiento vertical del punto "a" sea nulo.



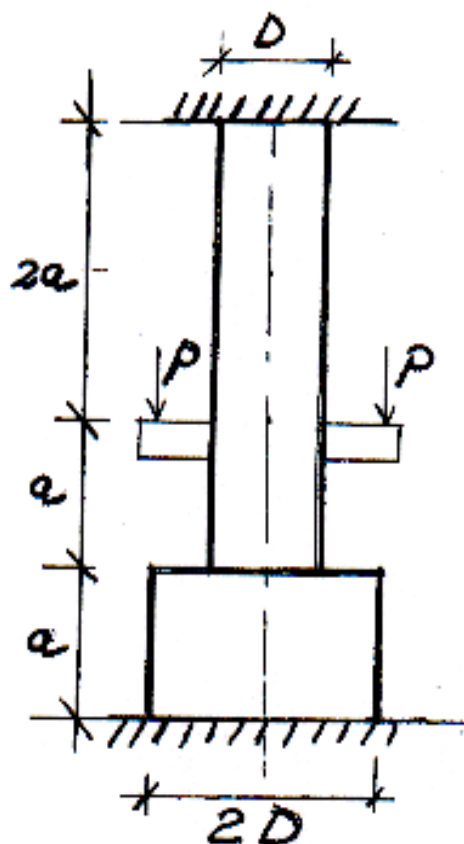
**Problema N° 2**

En la columna del dibujo calcule el diámetro  $D$  para que el material cumpla los siguientes esfuerzos admisibles:

$\sigma_{\text{tracción}} = 20 \text{ kg/cm}^2$

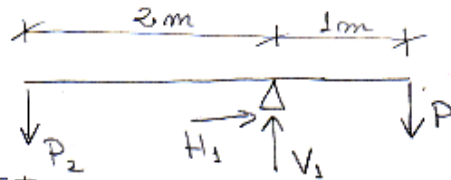
$\sigma_{\text{compresión}} = 40 \text{ kg/cm}^2$

$$P = 26000 \text{ kg.}$$



Problema 1

DCL1:

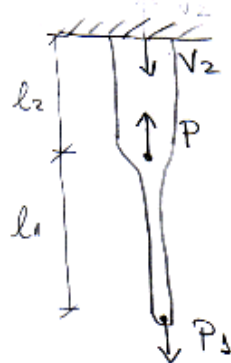


$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &\Rightarrow H_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow V_1 = P_2 + P \\ \sum M_2 = 0 &\Rightarrow -1 \cdot P + 2P_2 = 0\end{aligned}$$

$$\Rightarrow P = 2P_2$$

$$V_1 = 3P_2$$

DCL2:

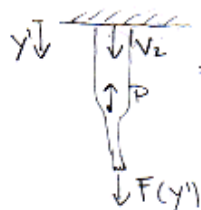


$$\begin{aligned}\sum F_y = 0 &\Rightarrow V_2 = P - P_1 \\ &\Rightarrow V_2 = 2P_2 - P_1\end{aligned}$$

$$V_2 = 2P_2 - P_1$$

Para que el desplazamiento de "a" sea nulo, el estiramiento de "l1" debe ser igual a la compresión de "l2".

Cálculo del estiramiento de "l1":

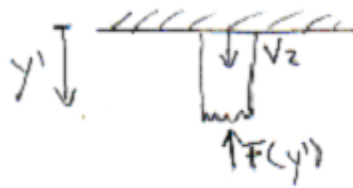


$$\begin{aligned}\Rightarrow -V_2 + P - F = 0 \\ F = P - V_2 \\ F = 2P_2 - 2P_2 + P_1 \\ F = P_1 \\ \forall y \in [l_2, l_1 + l_2]\end{aligned}$$

$$\frac{F(y=l_1+l_2)}{A_s} = \frac{\Delta l_1}{l_1} \cdot E$$

$$\Rightarrow \Delta l_1 = \frac{P_1 \cdot l_1}{A_s E}$$

Cálculo de la compresión de " $l_2$ ":



$$\Rightarrow -N_2 + F = 0$$

$$F = V_2$$

$$F = -P_1 + 2P_2$$

$$\forall y' \in [0, l_2)$$

$$\frac{|F(y' = l_2)|}{A_2} = \frac{\Delta l_2}{l_2} \cdot E$$

$$\frac{P_1 - 2P_2}{A_2} = \frac{\Delta l_2}{l_2} \cdot E$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta l_2 = \frac{(P_1 + 2P_2)l_2}{A_2 E}}$$

Ahora,  $|\Delta l_1| = |\Delta l_2|$

$$\Rightarrow$$

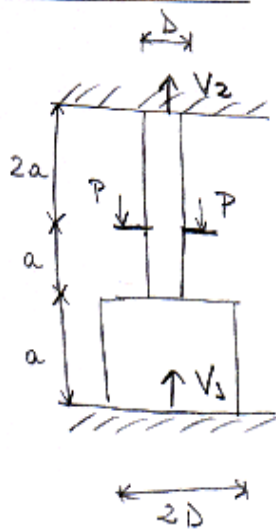
$$\frac{P_1 \cdot l_1}{A_1 E} = \frac{(P_1 + 2P_2) \cdot l_2}{A_2 E}$$

$$P_1 l_1 A_2 = -P_1 l_2 A_1 + 2P_2 l_2 A_1$$

$$P_1 (l_1 A_2 + l_2 A_1) = 2P_2 l_2 A_1$$

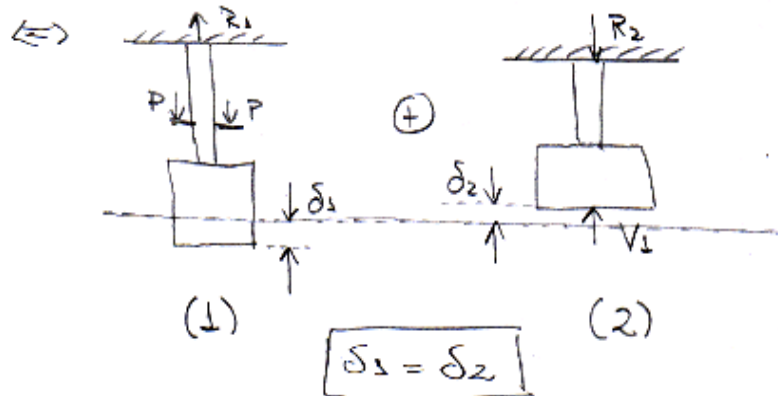
$$\boxed{\frac{P_2}{P_1} = \frac{l_2 A_1 + l_1 A_2}{2 l_2 A_1}}$$

## Problema 2



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 = 2P$$

$\Rightarrow$  problema hiperestático.



$$(1) \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow R_1 - 2P = 0 \\ R_1 = 2P$$

$$\frac{2P}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{\delta_1}{2a} \cdot E \Rightarrow \delta_1 = \frac{8P \cdot 2a}{\pi D^2 E} \Rightarrow \boxed{\delta_1 = \frac{16aP}{\pi D^2 E}}$$

$$(2) \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow -R_2 + V_1 = 0 \\ R_2 = V_1$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_1}{\frac{\pi D^2}{4}} &= \frac{\Delta_1}{3a} \cdot E \Rightarrow \Delta_1 = \frac{12a V_1}{\pi D^2 E} \\ \frac{V_1}{\frac{\pi (2D)^2}{4}} &= \frac{\Delta_2}{a} \cdot E \Rightarrow \Delta_2 = \frac{a V_1}{\pi D^2 E} \end{aligned} \right\} \delta_2 = \Delta_1 + \Delta_2$$

$$\delta_1 = \delta_2 \Rightarrow V_1(a + 12a) = 16aP \\ \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{16P}{13}}$$

En el problema original :

$$V_1 + V_2 = 2P$$

$$V_2 = 2P - \frac{16}{13}P$$

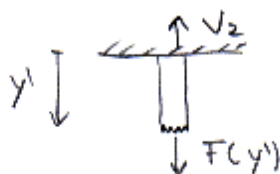
$$\boxed{V_2 = \frac{10P}{13}}$$

Para  $P = 26000 \text{ Kg}$  :

$$V_1 = 32000 \text{ Kg}$$

$$V_2 = 20000 \text{ Kg}$$

Esfuerzos de tracción :



$$F(y') = V_2$$

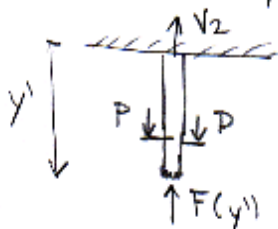
$$F(y') = 20000 \text{ Kg} \quad \forall y' \in [0, 2a)$$

$$\sigma_{\text{tracción}} = \frac{20000}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{80000}{\pi D^2}$$

esfuerzo al que se somete el material

$$\Rightarrow \frac{80000}{\pi D^2} = 20 \Rightarrow \boxed{D = 35,68 \text{ cm}}$$

Esfuerzo de compresión :



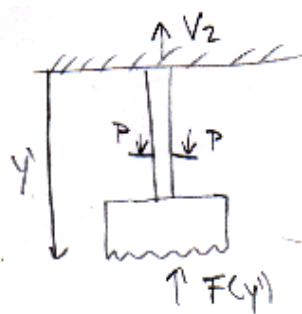
$$F(y') = 2P - 20000$$

$$\sigma_{\text{compresión}} = \frac{32000}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{128000}{\pi D^2}$$

$$\forall y' \in [2a, 3a)$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{128000}{\pi D^2}$$

$$\boxed{D = 31,95 \text{ cm}}$$



$$F(y) = 2P - 20000$$

$$\sigma_{\text{compresión}} = \frac{32000}{\frac{\pi (2\Delta)^2}{4}} = \frac{32000}{\pi \Delta^2}$$

$$\forall y \in [3a, 4a]$$

$$\Rightarrow \Delta = 15,96 \text{ cm}$$

Se elige el  $\Delta$  máximo, ya que, satisface todas las condiciones

$$\Rightarrow \Delta = 35,68 \text{ cm}$$

Felipe Domoso Ojeda