

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesores Auxiliares : José Luis Malverde
: Jorge Catapillán

CLASE AUXILIAR
18 DE JUNIO 2006

1. La oficina de entrega de certificados de una prestigiosa Escuela de Ingeniería, ha contratado una muy agraciada secretaria, la cual causa sensación dentro del alumnado masculino. Es por esto que se le ha encargado a ud. el estudio del sistema de atención con el que actualmente se opera.

En la oficina sólo existe un puesto de espera, además del lugar que ocupa el estudiante que se está atendiendo. Los alumnos que llegan y encuentran, tanto a la secretaria como el lugar de espera ocupados, se retiran indignados.

Los estudiantes llegan a pedir certificados según un proceso de Poisson de tasa λ [alumnos/hora]. Con probabilidad p un alumno es hombre y con $1 - p$ es mujer. La secretaria demora en la atención un tiempo aleatorio que sigue una distribución exponencial de media $\frac{1}{\mu}$ para los hombres y $\frac{1}{\gamma}$ para las mujeres, con $\mu \leq \gamma$.

Además se sabe que las alumnas, víctimas de una irrefutable envidia, están como máximo en el lugar de espera un tiempo que sigue una distribución exponencial de parámetro β , luego del cual se retiran furiosas, sin haber recibido la atención. Por otro lado si un estudiante hombre está en el puesto de espera, ni tonto ni perezoso, se queda en ese lugar hasta que la afamada secretaria se desocupe y le preste el servicio requerido.

- a) Modele el estado de ocupación de la Oficina de Certificados.
 - b) Justifique la existencia de probabilidades estacionarias y encuentre el sistema de ecuaciones que permita calcularlas.
 - c) ¿Cuál es la cantidad de alumnos que en una hora, se retiran indignados al encontrar la oficina llena?
 - d) ¿Cuál es la probabilidad de que una mujer se retire indignada del lugar de espera, antes de que termine la atención de la persona que está con la secretaria?
2. Una casa comercial ha decidido clasificar a sus clientes en 2 tipos: los tipo 1, que recomiendan la tienda a sus amigos y los tipo 2, que no la recomiendan. El gerente comercial sabe que cada uno de los clientes que recomiendan la tienda, traerán un nuevo cliente luego de un tiempo aleatorio exponencialmente distribuido de

tasa λ , el cual será de tipo 1 con probabilidad r y de tipo 2, con probabilidad $1 - r$. Además, a esta casa comercial llegan clientes de tipo 2 de manera exógena, según un proceso de Poisson de tasa θ . Se sabe que un cliente del tipo 1 dejará de ser cliente de la casa comercial luego de un tiempo aleatorio, exponencialmente distribuido de tasa μ . De la misma manera, un cliente de tipo 2 dejará de ser cliente luego de un tiempo aleatorio, exponencialmente distribuido de tasa γ .

- a) Modele el sistema y plantee tres ecuaciones de balance.
 - b) Suponiendo conocidas las probabilidades estacionarias, determine el promedio de clientes de cada tipo, en el largo plazo.
3. En un criadero de chanchos nacen chanchitos según una exponencial de media $\frac{1}{\lambda}$ [meses]. En cada nacimiento, pueden dar a luz desde 1 hasta 5 chanchitos con probabilidad p_i de que nazcan exactamente i chanchitos. El criadero tiene una sección de lactancia con capacidad para amamantar a un máximo de tres chanchitos simultáneamente, los cuales amamantarán un tiempo exponencial de media $\frac{1}{\mu}$ [meses], luego de lo cual alcanzan la independencia dejando de amamantar. Los chanchitos que no sean amamantados desde el momento de nacer mueren instantáneamente.

- a) Dibuje el diagrama de estados del sistema: chanchitos (vivos) en la etapa de lactancia.
- b) Plantee las ecuaciones de balance.
- c) En base a las probabilidades estacionarias, determine el número promedio de potenciales salchichas, que pueden obtenerse con los chanchitos en lactancia, en régimen estacionario. Para esto considere la siguiente función:

$$f(n) = 50n \text{ salchichas (con } n = n^\circ \text{ de chanchitos)}$$