

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesores Auxiliares : José Luis Malverde
: Jorge Catapillán

CLASE AUXILIAR
17 DE MAYO 2006

1. Sea X v.a. tal que $\mathbb{P}(X < 0) = 0$, demuestre que:

$$\mathbb{E}(X) = \int_0^{\infty} \mathbb{P}(X > t) dt$$

2. “El juego de San Petersburgo”

Considere el siguiente juego: se lanza una moneda hasta obtener cara por primera vez. Si la primera cara sale en el primer lanzamiento el jugador obtiene \$1, si sale en el segundo \$2, en el tercero \$4, y así sucesivamente. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por jugar?

3. Suponga que Chile Clasifica para el mundial de Sudáfrica 2010 y que el mentado mundial se desarrolla bajo el siguiente esquema:

Juegan 32 equipos, todos contra todos, obteniendo 3 puntos el ganador de cada partido, 0 el perdedor y 1 punto cada equipo en caso de empate. Una vez jugados todos los partidos, clasifican a 2ª ronda todos aquellos equipos que obtengan al menos 48 puntos. Chile, en cada uno de sus 31 partidos, tiene probabilidad $\frac{1}{3}$ de ganar, $\frac{1}{6}$ de empatar y $\frac{1}{2}$ de perder.

a) Calcule la probabilidad que Chile clasifique a la segunda ronda.

b) Chile, una vez en la final, en cada minuto y de forma independiente, puede convertir un gol con probabilidad $p = 0,3$, puede convertir un gol el rival con probabilidad $q = 0,2$ y no habrá goles con probabilidad $r = 0,5$. Si el partido dura exactamente 90 minutos, calcule la probabilidad de que Chile gane con al menos 5 goles de ventaja.

4. Sean $X_1, X_2 \dots$ una sucesión de v.a. i.i.d. Sea N una v.a. discreta tal que: $\mathbb{P}(N = j) = p_j \quad j \in \mathbb{N}$. Sea $Y = \sum_{i=1}^N X_i$.

a) Encuentre la F.G.M. de la variable Y en función de la variable N y la F.G.M. de la Variables X_i .

b) Usando la parte anterior pruebe que: $\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(N)\mathbb{E}(X_i)$.

- c) Si $X_i \rightarrow B(p)$ y $N \rightarrow Pss(\lambda)$, usando la parte (a) identifique la distribución de Y .