Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesor Auxiliar : Jorge Catepillán

CLASE AUXILIAR

7 DE MAYO 2007

1. Suponga que una fabrica produce un cierto tipo de aceite. Sea X el número de unidades de aceite que vende la fabrica en un año. Suponga que X es una variable aleatoria continua distribuida en forma uniforme entre $[2, 4]$. Suponga que por cada unidad vendida se ganan $300UM$, y que por cada unidad no vendida se pierden $100UM$. Encuentre la cantidad Y producida por la firma que maximiza la utilidad esperada.

2. Suponga que se necesita testear en un grupo de personas cierta característica, con resultados positivos o negativos. Suponga también que se puede testear la cualidad dentro de un grupo de personas como unidad. Asuma que para que un resultado salga negativo todos las personas del grupo deben ser negativos. En caso de que el resultado sea positivo, todos los individuos deben ser retesteados en forma individual para determinar cuales son positivos. Si las N personas son divididos en n grupos de k personas, podemos ocupar las siguientes opciones:

a) Testear a las N personas individualmente, utilizando N tests.

b) Testear grupos de k personas, con lo cual a lo menos va a testear $n = N/k$ y a lo más $(k + 1)n = N + n$.

Determine el número de tests requeridos bajo b y comparelo con N . Asuma que la probabilidad de que una persona salga positiva es p , y que la aplicación del test es independiente entre las personas.

3. Sea T una variable aleatoria que representa la vida util de un componente electrónico. Suponga que T posee una distribución exponencial de parámetro β . Una máquina que ocupa dicho componente cuesta C_1 por cada hora, y genera una ganancia de C_2 . Además, para que la máquina funcione se necesita un operario que cuesta C_3 por hora y que debe ser contratado con anterioridad por H horas. Encuentre el valor de H que maximiza la utilidad esperada de la máquina.

4. Sea X v.a. tal que $f(x) = \frac{1}{s\pi\left(1+\left(\frac{x-t}{s}\right)^2\right)}$. Calcule $E(x)$.

5. a) Considere $X \rightarrow f_X(X)$. Pruebe que si $Y = X^2$, entonces:

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}}(f_X(\sqrt{y}) + f_X(-\sqrt{y}))$$

- b) Sea $X \rightarrow N(0, 1)$ y considere $Y = X^2$, encuentre $f_Y(y)$. A qué distribución conocida se parece?

- c) Para $X_i \rightarrow N(0, \sigma)$ encuentre la distribución de $Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + \dots X_n^2}$