

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesores Auxiliares : José Luis Malverde
Jorge Catepillán

TAREA 1

ENTREGA: CONTROL 1

1. Considere un mazo de naipes.
 - a) Se extraen 4 cartas al azar con reemplazo. Calcule la probabilidad:
 - 1) Que las 4 sean, rojas o pares.
 - 2) Que las 4 sean rojas, o las 4 sean pares.
 - b) Se extraen 6 cartas sin reemplazo. Calcule la probabilidad:
 - 1) Que al menos 4 sean, rojas o pares.
 - 2) Que al menos 4 sean rojas, o al menos 4 sean pares.
2. Considere el alfabeto español compuesto de 27 letras (sin Ch y Ll).
 - a) Si se desea escoger grupos de 10 letras al azar ¿de cuántas maneras se puede hacer?
 - 1) Sin reposición.
 - 2) Con reposición.
 - b) Al sacar las letras (con reposición) se obtuvo al menos una "S". Calcule la probabilidad que la primera "S" se haya obtenido en la tercera extracción.
 - c) Suponga ahora que se sacaron 10 letras (con reposición) y se obtuvo "MISSISSIPI"
¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras obtenidas, de tal forma que no queden 2 o más "I" juntas?

d) Elegidas las 10 letras, usted y su mejor amigo(a) juegan sacando letras (de entre las 10, con reposición) alternadamente, ganando el que obtiene primero una "P" ó una "M". Describa un espacio muestral adecuado para este juego. ¿Cuál es la probabilidad que usted gane si comienza sacando?

3. Suponga que una persona está situada a N cuadras al sur, y a M cuadras al oeste de la esquina a la cual quiere llegar.

a) ¿Cuántos caminos "inteligentes" existen entre ambos puntos? (Camino "inteligente" se entenderá por aquel que sólo consta de desplazamientos que acercan al destino, es decir, unitarios de una cuadra tanto en dirección norte como este).

b) Considere $M=N$. Fijándose que para llegar a destino en este caso, el camino elegido debe pasar por alguna intersección de las que forman la diagonal secundaria del cuadrículado; calcule la suma de los cuadrados de los coeficientes binomiales sobre N .

Nota: En todo el problema, considere que las calles no terminan dentro del cuadrículado, o sea, todo camino "inteligente" es susceptible de ser realizado.

4. Se disputa un torneo de tenis entre 2^n jugadores igualmente hábiles. Para la primera ronda, los pares de oponentes se determinan al azar y en cada una de las rondas sucesivas los pares de adversarios se forman al azar entre los jugadores que han vencido en la ronda anterior. Si A y B son dos jugadores:

a) ¿Cuál es la probabilidad que se enfrenten en la k -ésima ronda?

b) ¿Cuál es la probabilidad que se enfrenten en el torneo?

5. Considere $3n$ bolas en una urna; n de ellas están numeradas de 1 a n , otras n son completamente negras, y el resto son blancas.

a) ¿De cuantas maneras se las puede ordenar en una fila?

b) ¿Cuántos grupos de n bolas se pueden hacer? (no importa el orden)

c) Considere que se extraen sin reposición n bolas al azar en cada extracción. ¿Cuál es la probabilidad de extraer p bolas negras y q bolas blancas?

6. En el ascensor de un edificio de n pisos hay m personas. Suponiendo que las personas se bajan en cualquier piso con igual probabilidad y sin importa lo que haga el resto los pasajeros, calcule la probabilidad que:
- a) m_1 personas se bajen en el primer piso, m_2 en el segundo, ..., m_n en el enésimo piso, donde $m_i \in \{0, 1, \dots, m\} \forall i \in \{1, \dots, n\}$ y $\sum m_i = m$.
 - b) Todas las personas se bajen en pisos diferentes.
 - c) Determinar el número de formas en que se pueden bajar las m personas si:
 - 1) Las personas son distinguibles.
 - 2) Las personas son indistinguibles.
7. Se escriben los dígitos 1, 2, 3 en un orden aleatorio. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos un dígito ocupe su lugar propio? ¿Cuál es la probabilidad de lo anterior ocupando los dígitos del 1 a n ? ¿Qué pasa cuando n es grande?
8. Un inversionista tiene 200 millones de pesos para invertir en 4 distintos instrumentos, a, b, c, d . La inversión en cada instrumento debe hacerse en unidades de 1 millón de pesos. Cada instrumento exige un monto mínimo de inversión, que corresponde, respectivamente, a 2, 2, 3 y 4 millones de pesos. ¿Cuántas estrategias de inversión distintas existen en cada una de las siguientes situaciones, suponiendo que se invierten los 200 millones?
- a) Se debe invertir en cada uno de los 4 instrumentos.
 - b) Se debe invertir en al menos 3 de los 4 instrumentos.
 - c) Se debe invertir sólo en los instrumentos a, b y c ; el y el monto invertido en a debe ser menor o igual al invertido en b , que a su vez debe ser menor o igual al invertido en c .