Examen MA-33A-1

Dr. Gonzalo Hernández Oliva

UChile - Departamento de Ingeniería Matemática

1) Sea $f(\vec{x}) = \vec{c}\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{x}^t Q\vec{x}$, con Q matriz simétrica definida positiva.

   (a) Determine el óptimo de f

   (b) Demuestre que aplicando el método de Newton-Kantorovich para el encontrar el óptimo de f se necesita solo una iteración

   (c) Aplique lo anterior para $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + 4x + 2y$

2) Una partícula de masa m $[kg]$ que se desplaza por un fluído está sujeta a una resistencia viscoza R $[newtons]$ que es función de la velocidad v $[m/s]$. La relación entre la resistencia R , la velocidad v y el tiempo t está dada por la ecuación integral:

$$t = \int_{v(t_0)}^{v(t)} \frac{m}{R(u)} du$$

Suponga que $R(v) = -v\sqrt{v}$ para un determinado fluido. Si $m = 10$ kg y $v(0) = 10$ m/s aproxime el tiempo que demora la partícula en reducir su velocidad a $v = 8$ m/s aplicando la Regla de Simpson Compuesta: Para calcular la integral de una función $f(x)$ en un intervalo $[a,b]$ se subdivide en intervalos definidos por los puntos equi-espaciados: $x_0, x_1, ..., x_n$: Si $n \geq 2$ par, $h = \dfrac{(b-a)}{n}$, $x_k = a + kh$, entonces:

$$\int_a^b f(t)dt \cong \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_n) + \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \left(2f(x_{2k}) + 4f(x_{2k+1})\right)\right]$$

3) Sea $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$. Sea $V = \{xe^x, x\ln(x)\}$ una base de un espacio vectorial linealmente independiente. Se desea aproximar $f(x)$ usando V por el método de los Mínimos Cuadrados, con peso $w(x) = 1$ y en el intervalo $D = [0,1]$

   (a) Plantear el sistema matricial de ecuaciones

   (b) Resolver las integrales de forma explicita si se puede, en caso contrario, usar la regla de simpson

   (c) Usando Gauss, resolver el sistema

   (d) Deje de forma explicita su aproximación