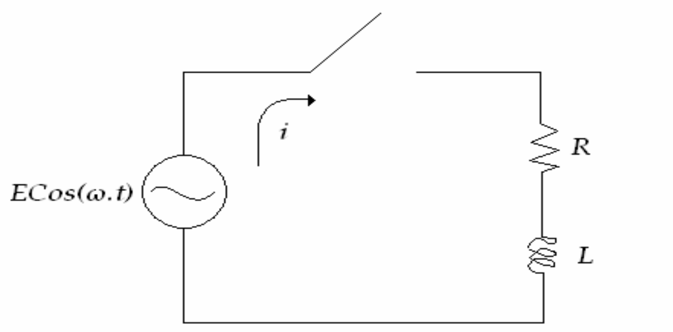
Pauta P5 Control 1

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias MA26A

Semestre Otoño 2007

Prof. Cátedra: Orlando Hofer - Prof. Auxiliar: Carlos Hübner
Ayudantes : Felipe Larraín - Álvaro Echeverría

P5.- Un circuito eléctrico tiene una resistencia de R [ohm] y una inductancia de L [Henry] y está conectado a una fuerza electromotriz de voltaje $v = ECos(\omega t)$ [Volts]. Hallar la intensidad de la corriente *I* en amperes, después de un tiempo ***t*** de cerrar el circuito.



En este circuito podemos usar la Segunda Ley de Kirchhoff, que resultaria así: El voltaje total en el circuito en serie es igual a la suma de la caída de voltaje en cada uno de los elementos del circuito.

Definamos
Vt : Vr + Vb , siendo Vt = $ECos(\omega.t)$;
Vr : voltaje de la resistencia;
Vi : voltaje originado por la inductancia.
L : inductancia, en Henry.
R : resistencia en Ohms.
i : corriente en Amperes.
La relación existente entre el voltaje y la corriente en cada uno de los elementos del circuito, es:

$$Vr = iR$$

$$Vi = L\frac{\partial i}{\partial t}$$ Sustituyendo esta relación para la Segunda ley de Kirchhoff:

$$Vt = iR + L\frac{\partial i}{\partial t}$$

como $Vt = E\cos(wt)$ entonces la ecuación es:

$$E\cos(wt) = Ri + L\frac{\partial i}{\partial t},$$

Haciendo el desarrollo:

$$\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{R}{L}i = \frac{E\cos(wt)}{L}$$ ec. Lineal, entonces $\lambda = \mathrm{e}^{\int \frac{\mathrm{R}\partial \mathrm{t}}{\mathrm{L}}} = e^{\frac{R}{L}t}$,

$$i(t) = e^{\frac{-R}{L}t}\left[\int \frac{e^{\frac{R}{L}t} E\cos(wt)}{L}\partial t + C\right]$$, luego se debe aplicar

integración por partes 2 veces a la expresión dentro del paréntesis, dando:

$$\int e^{\frac{R}{L}t}\cos(wt)\partial t = \frac{w^2}{w^2 + R^2/L^2}\left(\frac{e^{\frac{R}{L}t}}{w}sen(wt) + \frac{R/L}{w^2}e^{\frac{R}{L}t}\cos(wt)\right) =$$

$$= \frac{1}{w^2 + R^2/L^2}\left(we^{\frac{R}{L}t}sen(wt) + \frac{R}{L}e^{\frac{R}{L}t}\cos(wt)\right)$$

Entonces, la intensidad queda:

$$i(t) = e^{\frac{-R}{L}t}\left[\frac{E}{L}\left(\frac{1}{R^2/L^2 + w^2}\right)\left(we^{\frac{R}{L}t}sen(wt) + \frac{R}{L}e^{\frac{R}{L}t}\cos(wt)\right) + C\right]$$

$$i(t) = \frac{EL}{R^2 + (wL)^2}\left(\frac{R\cos(wt)}{L} + wsen(wt)\right) + Ce^{\frac{-R}{L}t}$$

$$i(t) = \frac{E}{R^2 + (wL)^2}\left[R\cos(wt) + wLsen(wt)\right] + Ce^{\frac{-R}{L}t}$$

Finalmente en t=0 tenemos que i=0, luego

$$0 = \frac{ER}{R^2 + (wL)^2} + C \Rightarrow C = \frac{-ER}{R^2 + (wL)^2}$$