<u>Tarea Opcional 1</u>

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias MA26A

Semestre Otoño 2007

Prof. Cátedra: Orlando Hofer - Prof. Auxiliar: Carlos Hübner

1.- Encuentre la familia de trayectorias ortogonales de las siguientes ecuaciones. Considere *c* y *k* como números reales.

- $y^{\alpha} + x^{\alpha} = c \qquad \alpha \neq 2$
- $r = c(1 - Cos(\theta)) \qquad \theta \in [0, 2\pi)$
- $y = kSinh(x)$
- $y = \sqrt{x^2 + b^2[1 - [\frac{x}{a}]^2]} \qquad x \in [0, a]$ a,b reales
- $x^3 + 3xy^2 = 1$

Recomendación: Probar con coordenadas cartesianas y polares, y comparar en que casos es más simple usar polares.

2.- Sea '~ una parametrización de una curva definida por:

$$\vec{\varphi}(u) = (a\frac{1-u^2}{1+u^2}, \frac{2au}{1+u^2}, 2bArc\tan(u))$$

Considere $\vec{\varphi}(u)$ como una trayectoria de una masa puntual en el espacio, y definamos:

$$r(u) = \left\| \vec{\varphi}(u) \right\|_2 \qquad \text{[Norma Euclidiana]}$$

a) Encuentre un cambio de variables, talque la parametrización de esta curva quede en función de senos y cosenos de un ángulo ϕ.

b) Con esta nueva parametrización. ¿Qué trayectoria en particular sigue la masa puntual?

c) Encuentre la familia de trayectorias ortogonales a r.

3.- Encuentre la familia de curvas isogónales que cortan las siguientes ecuaciones en un ángulo e, talque tan(ë) = k.

- $r = c(1 - Cos(\theta))$ $\qquad \theta \in [0, 2\pi)$
- $y = -cx^2$
- $y = Arc\tan(\frac{x}{y})$

Recuerdo: $y' = Tan(\psi) = Tan(\varphi - \alpha)$ *, donde* $Tan(\varphi) = y'_p$ $=$ *pendiente de la recta isogonal.*

4.- Sea p(t) la población en el tiempo t. Si bien la población es siempre un número entero, normalmente es tan grande que se introduce un error muy pequeño al suponer que p(t) es una función continua.
Considérese una población de bacterias que se reproducen mediante división celular simple, de modo que la tasa de crecimiento es proporcional a la población presente. Esta hipótesis es consistente con las observaciones de crecimiento de bacterias. Mientras exista espacio suficiente y un buen suministro de alimento para las bacterias, se puede suponer también que la tasa de mortalidad es cero. (Recuerde que en la división celular la célula madre no muere, sino que se convierte en dos nuevas células).
Establezca un modelo matemático para la población de bacterias que siga las hipótesis anteriores.

5.- Resolver las siguientes EDO's por métodos de resoluciones ya conocidos.

- $(1 - x^2 y) + x^2 (y - x) y' = 0$
- $x + yy' + x(xy' - y) = 0$
- $y' = y\ln(2) + 2^{sen(x)}(\cos(x) - 1)\ln(2)$