

CONTROL I MA 26A, 2007/1

Prof. M. del Pino, Prof. Aux. J. Campos, R. Cortez

Tiempo: 3 hrs.

- (1) Resuelva, especificando intervalos de definición, los problemas de valor inicial

(a)

$$y' + (x - y + 1)^2 = 0, \quad y(0) = 0,$$

(b)

$$y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x} + \frac{y}{x}, \quad y(1) = 2,$$

(c)

$$y'' = e^y (xy' + 1), \quad y(0) = 0 = y'(0).$$

- (2) (a) Encuentre la solución general de la ecuación diferencial

$$xy'' - (2x + 1)y' + 2y = 0, \quad x > 0.$$

Indicación: busque primero una solución de la forma $y(x) = e^{\lambda x}$.

- (b) Encuentre la solución general de la ecuación diferencial

$$x^2 y'' + 2xy' - 6y = 50 \frac{\ln x}{x^3}, \quad x > 0.$$

Indicación: Para la ecuación homogénea, busque soluciones de la forma $y(x) = x^\lambda$.

- (c) Muestre que la única solución del problema

$$y'' + xy' + ye^{xy} = 0, \quad y(0) = 0 = y'(0)$$

es $y \equiv 0$.

- (3) Sean y_1 e y_2 dos soluciones de

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0, \quad x \in]\alpha, \beta[.$$

con p, q funciones continuas.

- (a) Demuestre que si para algún $x_0 \in]\alpha, \beta[$ se tiene que

$$y_1(x_0) = y_2(x_0) = 0,$$

entonces y_1 e y_2 son linealmente dependientes.

- (b) Demuestre que si y_1 e y_2 son linealmente independientes y

$$y_1(a) = y_1(b) = 0, \quad \alpha < a < b < \beta,$$

entonces existe $c \in]a, b[$ con $y_2(c) = 0$.