

Guía 2 MA 26A, 2007/1

Prof. Salomé Martínez

Aux. Nicolás Carreño, Francisco Collarte, Miguel Concha

- (1) Determinar la transformada de Laplace de la función serrucho

$$f(t) = \frac{t}{a} \text{ para } 0 \leq t < a,$$

extendida de manera periódica con período $a > 0$ fijo.

- (2) Determine la transformada de Laplace de $f(t) = |\sin t|$.
(3) Encuentre la solución general de

$$x'' + 4x' + 4x = f(t),$$

donde $f(t) = t$ si $1 \leq t \leq 2$ y $f(t) = 0$ en $\mathbb{R} \setminus [1, 2]$.

- (4) Resuelva la ecuación

$$x'' + x = \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - n\pi) \quad x(0) = x'(0) = 0,$$

y describa el comportamiento cuando $t \rightarrow \infty$.

- (5) Resuelva la ecuación

$$x'' + x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \delta(t - n\pi) \quad x(0) = x'(0) = 0,$$

y describa el comportamiento cuando $t \rightarrow \infty$.

- (6) Encuentre la función respuesta al impulso para los problemas

$$x'' + 6x' + 9x = f.$$

$$x'' + 4x' + 8x = f.$$

- (7) Sean a_0, \dots, a_{n-1} constantes. Encuentre el problema de valor inicial homogéneo equivalente a

$$x^{(n)} + a_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + a_0x = \delta,$$

$$x(0) = x'(0) = \dots = x^{(n-1)}(0) = 0.$$

- (8) Resuelva utilizando transformada de Laplace los siguientes sistemas

$$x'' + 3y' + 3y = 0$$

$$x'' + 3y = te^{-t}$$

$$x(0) = 0, \quad x'(0) = 2, \quad y(0) = 0.$$

$$\begin{aligned}x' &= 4x - 2y + 2U(t-1) \\y' &= 3x - y + U(t-1) \\x(0) &= 0, \quad y(0) = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

- (9) Sea A una matriz diagonalizable. ¿Qué condición en los valores propios de A garantiza que todas las soluciones del sistema $x' = Ax$ converjan a 0 cuando $t \rightarrow \infty$? ¿Qué pasa en el caso en que A no es diagonalizable?
- (10) Encuentre una matriz A de 2×2 tal que una solución de $x' = Ax$ esté dada por $x(t) = (e^{2t} - e^{-t}, e^{2t} + 2e^{-t})$.
- (11) Resuelva el problema de valor inicial $x' = Ax$, $x(0) = (0, -b, b)$ con $b \in \mathbb{R}$ para

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

- (12) Determine la solución general del sistema lineal no homogéneo

$$\begin{aligned}x' &= x + y + z \\y' &= -2y + t \\z' &= 2z + \sin t\end{aligned}$$