CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES - MA22A

CLASE AUXILIAR, VIERNES 15 DE JUNIO, 2007

Problema 1. Calcule las siguientes integrales:

- (i) $\int \int_I x^2 \sin(xy) dx dy$; donde $I = [0, \pi] \times [0, 1]$
- (ii) $\int \int \int_I \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$; donde $I = [0, 2] \times [0, 1] \times [-1, 4]$
- (iii) $\int \int_S (2\sqrt{x} - 3y^2) dy dx$; donde $S = \{0 \leq x \leq 1; x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$
- (iv) $\int \int \int_S z dz dy dx$; donde $S = \left\{x, y, z \geq 0; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1\right\}$
- (v) $\int_2^4 \int_{4/x}^{(20-4x)/(8-x)} (4y - y^2) dy dx$
- (vi) $\int \int \int_C \frac{xz^3}{y^2 - 1} dx dy dz$; sobre $C = \{x, y, z \geq 0; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$

Problema 2. Hallar el área de la región plana R situada en el plano OXY debajo de la parábola $4x - x^2$, encima del eje $y = 0$ y a la derecha de la recta $y = 6 - 3x$

Problema 3. Hallar el volumen del cuerpo sólido S que está debajo del paraboloides de ecuación $z = 1 - x^2 - y^2$ y por encima del plano $z = 1 - y$

Problema 4. Área, volumen y medida de la bola de radio r ($\mathcal{B}(0, r)$) en $\mathbb{R}^n$. Considere las respectivas "medidas" de la bola en $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \dots$ por las conocidas, $2r, \pi r^2, \frac{4}{3}\pi r^3, \dots$. La idea del problema es probar que la "medida" o "volumen en n dimensiones" de $\mathcal{B}(0, r)$, es $C_n r^n$. Donde C_n es una constante que no depende de r . Para ello use inducción.