

**Guía 1**  
**MA 22A Cálculo en Varias Variables**

Profesor: Patricio Felmer

1. Sea  $f$  definida por la siguiente fórmula:

$$f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - x_2}} \text{ si } (x_1, x_2) \neq 0 \text{ y } f(0, 0) = 0$$

- (a) Encuentre el conjunto donde se puede definir  $f$ , es decir  $Dom f$ , grafique.
  - (b) Determine las curvas de nivel de  $f$ .
  - (c) Determine si  $f$  es continua en  $(0, 0)$ .
2. Encuentre los conjuntos de nivel para las siguientes funciones (para los niveles que se indican).
- (a)  $f(x, y) = x + y$  para  $f(x, y) = 1$ .
  - (b)  $f(x, y) = (x^2 + y^2 + 1)^2 - 4x^2$  para  $f(x, y) = 0$ .
  - (c)  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 x_2 x_3, x_1 + x_2)$  para  $f(x_1, x_2, x_3) = (0, 1)$ .
3. Determine si las siguientes funciones admiten límite en los puntos que se indican:
- (a)  $f(x, y) = 2xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$  en  $\vec{x}_0 = (0, 0)$ .
  - (b)  $f(x, y) = \frac{\text{sen } x - \text{sen } y}{x - y}$  en  $\vec{x}_0 = (0, 0)$ .
  - (c)  $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$  en  $\vec{x}_0 = (0, 0)$ .
4. Sean  $f, g, h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  tres funciones continuas. Se define la función  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  por

$$F(x, y) = h(f(x, y), g(x, y)).$$

Demuestre que  $F$  es continua.

5. Estudie la continuidad de las siguientes funciones.

- (a)  $f(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{x_1}{x_1 + x_2} & \text{si } x_1 + x_2 \neq 0 \\ 1 & \text{si } x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$
- (b)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 \ln(x_1^3 x_2 + x_3) + \text{sen}(x_3^2 + x_1)$ .

6. Sea  $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  una función lineal

- (a) Demuestre que las siguientes proposiciones son equivalentes:
  - (1)  $L$  es continua para todo punto de  $\mathbb{R}^n$
  - (2)  $L$  es continua en 0.