Ma22a Calculo en Varias Variables
Prof. Rafel Correa
Auxs. Andrés Fielbaum, Omar Larre. Tomas Spencer.

Resolucion Trabajo Dirigido 1
Pregunta 2 b)

($\Leftarrow$) Esta parte de la demostracion es directa de la parte a)
($\Rightarrow$) Tenemos que $\forall u, v \in C$, por Convexidad, $\forall \lambda \in [0,1]$
$\lambda u + (1-\lambda)v \in C$ (i.e $\rho(\lambda u + (1-\lambda)v) \leq 1$) (1)
Entonces sea $x, y \in \vec{E} \setminus \{0\}$, entonces tenemos que $\frac{x}{\rho(x)}, \frac{y}{\rho(y)} \in C$.
Sea $z := \frac{x+y}{\rho(x)+\rho(y)}$, Veamos si $z \in C$.
Para esto, Sea $\mu = \frac{\rho(x)}{\rho(x)+\rho(y)}, 1-\mu = \frac{\rho(y)}{\rho(x)+\rho(y)}$.
De aqui podemos notar que: $z = \frac{x+y}{\rho(x)+\rho(y)} = \mu\frac{x}{\rho(x)} + (1-\mu)\frac{y}{\rho(y)}$.
y por (1), como $\frac{x}{\rho(x)}, \frac{y}{\rho(y)} \in C$. Entonces $\mu\frac{x}{\rho(x)} + (1-\mu)\frac{y}{\rho(y)} \in C$.
Luego $\rho(\mu\frac{x}{\rho(x)} + (1-\mu)\frac{y}{\rho(y)}) = \rho(\frac{x+y}{\rho(x)+\rho(y)}) \leq 1$.
Ademas $\rho(\frac{x+y}{\rho(x)+\rho(y)}) = \frac{1}{\rho(x)+\rho(y)}\rho(x+y) \leq 1 \Longrightarrow \rho(x+y) \leq \rho(x) + \rho(y)$.
Y como esto "funcionaba" $\forall$ $x, y \neq 0$.Ademas notemos que si $x = 0$.
no trae problemas con la norma. Entonces concluyendo:
$\forall x, y \in \vec{E}, \rho(x+y) \leq \rho(x) + \rho(y)$. Q.E.D.