Problema extra. Sea $(W, \cdot)$ un subgrupo finito de $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$, es decir $|W| = n$ con $n \in \mathbb{N}$. Mostraremos que W es exactamente el conjunto de las n raíces n-ésimas de la unidad. Para ello, seguiremos los siguientes pasos: Dado un $w \in W$ cualquiera,

1. Demuestre que existe un natural m, tal que $1 \leq m \leq n$ y para el cual $w^m = 1$. HINT: Use la finitud de W.

2. Consideremos el menor $m \geq 1$ que cumple la propiedad de la parte anterior, y definamos el conjunto $W' = \{1, w, w^2, \ldots, w^{m-1}\}$. Justifique por qué la elección hecha de m implica que $|W'| = m$. Muestre que $(W', \cdot)$ es subgrupo de $(W, \cdot)$.

3. Usando el Teorema de Lagrange, concluya que m divide a n, y que entonces $w^n = 1$.

Finalmente, utilice lo anterior para demostrar que W es exactamente el conjunto de las n raíces n-ésimas de la unidad.