

## PROGRAMA DE CURSO

| Código   | Nombre                  |                  |   |                           |
|--|-------------------------|------------------|---|---------------------------|
| MA100  | Introducción al Cálculo |                  |   |                           |
| Nombre en Inglés   |                         |                  |   |                           |
| Calculus   |                         |                  |   |                           |
| SCT  | Unidades Docentes       | Horas de Cátedra | Horas Docencia Auxiliar                   | Horas de Trabajo Personal |
| 6  | 10                      | 3,0              | 2,0                                       | 5,0                       |
| Requisitos   |                         |                  | Carácter del Curso                        |                           |
| Ninguno  |                         |                  | Obligatorio para todas las especialidades |                           |
| Requisitos de Contenido:<br>Manipulación de expresiones algebraicas  |                         |                  |   |                           |
| Resultados de Aprendizaje  |                         |                  |   |                           |
| <p>Al finalizar el curso el estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Enuncia y resuelve problemas geométricos.</li> <li>• Describe cualitativamente funciones.</li> <li>• Calcula límites y derivadas.</li> <li>• Realiza demostraciones formales de propiedades relativas a funciones de una variable.</li> </ul> |                         |                  |   |                           |

| Metodología Docente   | Evaluación General  |
|---|---|
| Clases de cátedra expositivas. Clases auxiliares como trabajos dirigidos. | La evaluación consistirá en tres controles y un examen. Para aprobar el curso el alumno debe tener nota de controles superior o igual a cuatro. |

### Unidades Temáticas

| Número  | Nombre de la Unidad   | Duración en Semanas  |
|---|---|--|
| 1   | Números reales  | 1 semana   |
| Contenidos  | Resultados de Aprendizajes de la Unidad   | Referencias a la Bibliografía                              |
| (1/3 semanas) Propiedades de la igualdad de números reales.<br>(1/3) Orden y valor absoluto.<br>(1/3) Inecuaciones lineales.<br>Inecuaciones de grado superior factorizadas.<br>Factorización de expresiones cuadráticas. | El estudiante:<br>1. Reconoce las propiedades relevantes de los números reales.<br>2. Aplica técnicas de resolución de ecuaciones lineales.<br>3. Aplica técnicas de resolución de inecuaciones lineales.<br>4. Aplica técnicas de resolución de ecuaciones cuadráticas.<br>5. Aplica técnicas de resolución de inecuaciones cuadráticas.<br>6. Aplica técnicas de resolución de inecuaciones de grado superior factorizadas. | [1 ] Capítulo 1.<br>[2 ] Capítulo 1,2.<br>[3 ] Capítulo 1. |

| Número   | Nombre de la Unidad  | Duración en Semanas                          |
|--|--|--|
| 2  | Geometría Analítica  | 2 semanas                                    |
| Contenidos   | Resultados de Aprendizajes de la Unidad  | Referencias a la Bibliografía                |
| <p>(1/3) Plano, coordenadas, abscisas y ordenadas, y distancia. Circunferencias. Centro y radio. Ecuación de una circunferencia.</p> <p>(2/3) Rectas. Pendiente y corte con la ordenada. Recta entre dos puntos. Recta conocida su pendiente y un punto de ella. Rectas paralelas y perpendiculares.</p> <p>(1/3) Parábolas. Eje de simetría, foco y directriz. Ecuación normal.</p> <p>(1/3) Elipses. Ejes de simetría, focos y directrices. Excentricidad y ecuación normal.</p> <p>(1/3) Hipérbolas. Ejes de simetría, focos y directrices, asíntotas. Excentricidad y ecuación normal.</p> | <p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Calcula la pendiente de una recta dados dos puntos.</li> <li>2. Determina la ecuación de una recta perpendicular a una recta dada que pasa por un punto dado.</li> <li>3. Determina la ecuación de una recta, circunferencia, parábola, elipse o hipérbola, conocidos sus elementos característicos.</li> <li>4. Dibuja un bosquejo de una recta, circunferencia, parábola, elipse o hipérbola, conocidos sus elementos característicos.</li> <li>5. Determina los elementos característicos de una recta, circunferencia, parábola, elipse o hipérbola, conocida una ecuación de ella.</li> </ol> | <p>[1 ] Capítulo 1.<br/>[3 ] Capítulo 2.</p> |

| Número  | Nombre de la Unidad   | Duración en Semanas   |
|---|---|---|
| 3   | Funciones de una variable   | 1 semana  |
| Contenidos  | Resultados de Aprendizajes de la Unidad   | Referencias a la Bibliografía                                     |
| <p>(1/3) Definición usual de funciones mediante su ley. Dominio, paridad, crecimiento, periodicidad, ceros, signos.</p> <p>(1/3) Ejemplos de funciones elementales. Álgebra de funciones. Acotamiento, convexidad.</p> <p>(1/3) Composición, inyectividad, epiyectividad, restricciones de dominios y recorridos. Ejemplos.</p> | <p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce propiedades elementales de las funciones (Dominio, paridad, crecimiento, periodicidad, ceros, signos).</li> <li>2. Grafica algunas funciones usuales.</li> <li>3. Determina si una función es o no invertible.</li> <li>4. Modifica su dominio y codominio para que sea invertible, calcula su inversa.</li> </ol> | <p>[1 ] Capítulo 1.<br/>[2 ] Capítulo 3.<br/>[3 ] Capítulo 3.</p> |

| Número   | Nombre de la Unidad  | Duración en Semanas           |
|--|--|-------------------------------|
| 4  | Trigonometría  | 2 semanas                     |
| Contenidos   | Resultados de Aprendizajes de la Unidad  | Referencias a la Bibliografía |
| (1/3) Medida de ángulos en radianes. Circunferencia unitaria.<br>(2/3) Funciones seno, coseno, tangente (ceros, signos, periodos, simetrías).<br>(2/3) Identidades trigonométricas fundamentales. Identidades de suma y diferencia. Identidades del ángulo doble y ángulo medio. Funciones trigonométricas inversas. Ecuaciones Trigonométricas.<br>(1/3) Aplicaciones. Triángulos y Teoremas del seno y del coseno. | El estudiante:<br>1. Reconoce los ceros, signos y periodos de las funciones trigonométricas.<br>2. Reconoce las identidades trigonométricas fundamentales.<br>3. Reconoce los dominios de las funciones trigonométricas inversas.<br>4. Formula y resuelve problemas en triángulos arbitrarios (en particular, los rectángulos). | [3 ] Capítulo 3.              |

| Número  | Nombre de la Unidad  | Duración en Semanas                  |
|---|--|--------------------------------------|
| 5   | Axioma del Supremo   | 1 semana                             |
| Contenidos  | Resultados de Aprendizajes de la Unidad  | Referencias a la Bibliografía        |
| (1/3) Cotas de conjuntos, Máximos, Mínimos, Supremos e ínfimos. Ejemplos.<br>(2/3) Enunciado del axioma del supremo. Consecuencias: existencia de raíz de 2 en los reales. Propiedad Arquimediana. Caracterización del supremo. | El estudiante:<br>1. Determina cotas inferiores, cotas superiores, ínfimos, supremos, mínimos, máximos de conjuntos.<br>2. Comprende el Axioma del Supremo y su rol al marcar la diferencia entre los números reales y los números racionales. | [2 ] Capítulo 8.<br>[3 ] Capítulo 1. |

| Número   | Nombre de la Unidad  | Duración en Semanas                 |
|--|--|-------------------------------------|
| 6  | Límites de sucesiones  | 2 semanas                           |
| Contenidos   | Resultados de Aprendizajes de la Unidad  | Referencias a la Bibliografía       |
| (1/3) Definición de sucesión.<br>Definición de límite de una sucesión.<br>(1/3) Ejemplos: $1/n$ , $(-1)^n$ .<br>Manipulación de la definición.<br>Unicidad del Límite.<br>(1/3) Teorema del Sándwich.<br>Álgebra de sucesiones nulas.<br>(1/3) Álgebra de sucesiones.<br>Estudio especial del recíproco de una sucesión convergente a un límite no nulo.<br>(1/3) Límites usuales.<br>(1/3) Monotonía y acotamiento.<br>Notación asintótica. | El estudiante:<br>1. Aplica el concepto de convergencia.<br>2. Aplica teoremas de álgebra de sucesiones en el cálculo de límites.<br>3. Aplica los criterios de convergencia en estudio de sucesiones. | [2] Capítulo 21.<br>[3] Capítulo 4. |

| Número   | Nombre de la Unidad  | Duración en Semanas                 |
|--|--|-------------------------------------|
| 7  | Función exponencial  | 1 semana                            |
| Contenidos   | Resultados de Aprendizajes de la Unidad  | Referencias a la Bibliografía       |
| (1/2) Estudio del límite $(1+x/n)^n$ .<br>Definición de la función $\exp(x)$ .<br>Desigualdad $\exp(x) \geq 1 + x$ .<br>(1/2) Propiedad $\exp(x+y) = \exp(x)\exp(y)$ . Relación de la exponencial con las potencias.<br>Estudio del Logaritmo natural. | El estudiante:<br>1. Reconoce la definición rigurosa de la función exponencial y logaritmo.<br>2. Reconoce las propiedades de las funciones exponenciales y logaritmo y sus cotas. | [2] Capítulo 21.<br>[3] Capítulo 4. |

| Número   | Nombre de la Unidad   | Duración en Semanas  |
|--|---|--|
| 8  | Límite de funciones   | 1-2 semanas  |
| Contenidos   | Resultados de Aprendizajes de la Unidad   | Referencias a la Bibliografía                                  |
| <p>(1/2) Ejemplos de límites de sucesiones del tipo <math>f(x_n)</math> cuando <math>(x_n)</math> es una sucesión genérica que converge a <math>l</math>: Entre otros: <math>\sin(x_n)</math>; <math>\cos(x_n)</math>; <math>\sin(x_n)/x_n</math>; <math>(\exp(x_n)-1)/x_n</math>, etc.</p> <p>(1/2) Definición de punto adherente de un conjunto. Definición de límite de una función en un punto adherente de su dominio. Límites de funciones usuales. Límites laterales. Asíntotas verticales.</p> <p>(1/2) Definición de límite de una función en infinito. Límites de funciones usuales. Asíntotas no verticales de funciones.</p> <p>(1/2) Álgebra de límites y límites notables.</p> | <p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende el concepto de límite de funciones.</li> <li>2. Calcula límites de una función en infinito, en particular calcular asíntotas no verticales de una función.</li> <li>3. Conoce el concepto de punto adherente de un conjunto.</li> <li>4. Calcula límites de una función en un punto adherente a su dominio, en particular calcular asíntotas verticales.</li> </ol> | <p>[1] Capítulo 2.<br/>[2] Capítulo 5.<br/>[3] Capítulo 5.</p> |

| Número   | Nombre de la Unidad   | Duración en Semanas  |
|--|---|--|
| 9  | Cálculo de derivadas  | 2-3 semanas  |
| Contenidos   | Resultados de Aprendizajes de la Unidad   | Referencias a la Bibliografía                                  |
| <p>(1/3) Definición de punto interior de un conjunto. Derivada de una función en un punto interior de su dominio.</p> <p>(1/3) Recta tangente y velocidad.</p> <p>(1/3) Aproximación de primer orden.</p> <p>(1/3) Reglas de derivación. Derivada de una suma, producto y cociente.</p> <p>(1/3) Derivada de una composición: regla de la cadena. Derivada de la función inversa.</p> <p>(1/3) La función derivada y derivada de funciones usuales.</p> <p>(1/3) Regla de l'Hôpital.</p> <p>(1/3) Derivadas de orden superior.</p> <p>(1/3) Desarrollos limitados.</p> | <p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Calcula la derivada de una función en un punto interior de su dominio.</li> <li>2. Calcula rectas tangentes.</li> <li>3. Calcula aproximaciones de primer orden.</li> <li>4. Aplica las reglas de derivación para el cálculo de derivadas.</li> <li>5. Calcula límites usando las reglas de l'Hôpital.</li> <li>6. Obtiene fórmulas de recurrencia para las derivadas de orden superior.</li> <li>7. Encuentra desarrollos limitados de funciones.</li> </ol> | <p>[1] Capítulo 3.<br/>[2] Capítulo 9.<br/>[4] Capítulo 1.</p> |

### Bibliografía General

- (1) Protter M.H., Protter P.E., Cálculo con geometría analítica, Fondo Educativo Interamericano, México, 1980.
- (2) Spivak, M. Calculus, Reverte, 1993.
- (3) Cominetti R., Matamala M., Cálculo - 1er Semestre, Apuntes 1er año FCFM, U. de Chile, 2003.
- (4) Cominetti R., Matamala M., San Martín J., Cálculo - 2do Semestre, Apuntes 1er año FCFM, U. de Chile, 2003.

|                 |  |
|-----------------|--|
| Vigencia desde: | Otoño 2007                                     |
| Elaborado por:  | Martín Matamala<br>Leonardo Sánchez            |
| Revisada por:   | Axel Osses, 2009<br>Área de Desarrollo Docente |