

CONTROL NO. 1

IN759: MACROECONOMIA II
PROFS: BERGOEING - DE GREGORIO
AUXS: DUARTE - NUÑEZ

1. Comente si las siguientes afirmaciones son verdaderas, falsas o inciertas:

(a)

2. Considere una economía abierta habitada por un individuo con horizonte infinito. El individuo consume dos tipos de bienes, no transables internacionalmente (c_N) y transables (c_T). Su función de utilidad está dada por:

$$U = \int_0^{\infty} \frac{[c_T(t)^\phi c_N(t)^{1-\phi}]^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt \quad (1)$$

Denote el consumo agregado como $c(t)$ y que corresponde a:

$$c(t) = c_T(t)^\phi c_N(t)^{1-\phi} \quad (2)$$

El individuo tiene ingresos y más pago de intereses r^*b , donde r^* es la tasa de interés internacional y b su stock de activos netos. El precio relativo de los bienes no transables respecto de los transables será denotado por $q = P_N/P_T$, y corresponde al tipo de cambio real. En consecuencia, la restricción presupuestaria instantánea del individuo será:

$$\dot{b} = y + r^*b - c_T - qc_N \quad (3)$$

- (a) Resuelva el problema de optimización del individuo, asumiendo que q cambia en el tiempo, y su tasa de cambio porcentual es \hat{q} . En particular, muestre la relación estática entre el consumo de bienes transables y no transables como función de q y los parámetros. Encuentre además la ecuación de Euler para la evolución del consumo como función de la tasa de interés internacional y otros parámetros del modelo.
- (b) Muestre en base a sus resultados, y explique por qué cuando el tipo de cambio real está apreciándose ($\hat{q} > 0$, o sea el precio relativo de los no transables respecto de los transables aumenta) el crecimiento sectorial es desbalanceado por cuanto el consumo de bienes transables crece más rápido que el de los bienes no transables.
- (c) Muestre además que cuando esta economía alcanza su estado estacionario, en el cual el consumo agregado c no crece, la tasa de interés real doméstica no se iguala con la tasa de interés internacional. Explique.

PAUTA CONTROL NO. 1

1. (a)
2. El Hamiltoniano del problema es:

$$H = \frac{[c_T^\phi c_N^{1-\phi}]^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-\rho t} + \lambda[y + r^*b - c_T - qc_N] \quad (4)$$

- (a) Las condiciones de primer orden son:

$$[c_T^\phi c_N^{1-\phi}]^{-\sigma} \phi c_T^{\phi-1} c_N^{1-\phi} e^{-\rho t} = \lambda \quad (5)$$

$$[c_T^\phi c_N^{1-\phi}]^{-\sigma} (1-\phi) c_T^\phi c_N^{-\phi} e^{-\rho t} = \lambda r^* \quad (6)$$

$$\lambda r^* = -\dot{\lambda} \quad (7)$$

Dividiendo la ecuación (6) y (7) se tiene la relación estática entre el consumo de bienes transables y no transables como función de q y de los parámetros:

$$c_T = \frac{\phi}{1-\phi} c_N q \quad (8)$$

Si el precio relativo de los bienes no transables respecto de los transables (tipo de cambio real, q) aumenta, se consume más de los bienes transables debido a que es más barato respecto de los no transables.

Utilizando las expresiones (6), (7), (9) y el hecho de que $c_t = c_T^\phi c_N^{1-\phi}$ se tiene:

$$c_t^{-\sigma} \phi \left(\frac{1-\phi}{\phi q} \right)^{1-\phi} e^{-\rho t} r^* = -\frac{\partial}{\partial t} \left[c_t^{-\sigma} \phi \left(\frac{1-\phi}{\phi q} \right)^{1-\phi} e^{-\rho t} r^* \right]$$

$$c_t^{-\sigma} q^{-(1-\phi)} e^{-\rho t} r^* = c_t^{-\sigma} q^{-(1-\phi)} e^{-\rho t} \left[\sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} + (1-\phi) \frac{\dot{q}}{q} + \rho \right]$$

$$\hat{c}_t = \frac{r^* - \rho - (1-\phi)\hat{q}}{\sigma} \quad (9)$$

que corresponde a la ecuación de Euler para la evolución del consumo como función de la tasa de inters internacional y de otros parámetros del modelo.

- (b) Derivando la ecuación (13) y dividiendo de nuevo por la misma ecuación, se llega a:

$$\hat{c}_T = \hat{c}_N + \hat{q} \quad (10)$$

Cuando el tipo de cambio real se aprecia, el consumo de bienes transables aumenta respecto al de no transables, pues es más barato consumir transables versus no transables.

- (c) Cuando c_t no crece, de acuerdo a la ecuación (10) se tiene que la tasa de interés de equilibrio de la economía es $r^* - (1 - \phi)\hat{q}$, que es la tasa que iguala al factor de descuento y mantiene el consumo constante (aunque la participación de transables y no transables cambia de acuerdo a \hat{q}). Esta tasa no es igual a r^* , sino que difiere dependiendo de la evolución del precio relativo de los bienes no transables. Si los bienes no transables están subiendo de precio respecto de los transables, es decir, el tipo de cambio real se aprecia, tendremos que la tasa de interés real es menor que la internacional, la razón es que r^* es la tasa de interés real en términos de bienes transables, en consecuencia la tasa de interés real desde el punto de vista del consumo del individuo doméstico es menor porque parte de sus bienes tiene precios crecientes.

Notar que si $r^* = \rho$, en una economía de un solo bien el precio del presente es igual a la valoración del individuo y prefiere tener consumo parejo. En cambio, si los bienes no transables están subiendo de precio, el consumo agregado será decreciente, ya que el mayor precio futuro de los bienes no transables hace más barato el presente.