



## PAUTA CLASE AUXILIAR I ECONOMÍA INDUSTRIAL

**PROFESORES: SOLEDAD ARELLANO, NICOLÁS FIGUEROA.**  
**AUXILIARES: CARLOS RAMÍREZ, ERCOS VALDIVIESO, DIEGO VEGA.**

### PROBLEMA 1

Muestre que sólo puede existir un equilibrio en estrategias dominantes.

**Respuesta:**

Sabemos que una estrategia  $S_i^*$  del jugador  $i$  es dominante si:

$$U_i(S_i^*, S_{-i}) \geq U_i(S_i, S_{-i}) \quad \forall S_i \quad \forall S_{-i} \quad \text{con desigualdad estricta para al menos algún } S_i$$

Luego, es la mejor respuesta a todas las estrategias de los demás, y es única, ya que si existieran dos estrategias dominantes  $S_i'$  y  $S_i''$  se tendría que:

$$U_i(S_i', S_{-i}) \geq U_i(S_i, S_{-i}) \quad \forall S_i \quad \forall S_{-i} \quad \text{con desigualdad estricta para al menos algún } S_i$$

$$U_i(S_i'', S_{-i}) \geq U_i(S_i, S_{-i}) \quad \forall S_i \quad \forall S_{-i} \quad \text{con desigualdad estricta para al menos algún } S_i$$

$$\begin{aligned} \text{En particular } U_i(S_i', S_{-i}) &\geq U_i(S_i'', S_{-i}) && \forall S_{-i} \\ U_i(S_i'', S_{-i}) &\leq U_i(S_i', S_{-i}) && \forall S_{-i} \end{aligned}$$

Por lo que la estrategia dominante necesariamente es única ( $S_i' = S_i''$ ) ya que de otra manera se viola la condición de desigualdad en la definición de estrategia dominante.

$\Rightarrow$  Equilibrio en estrategias dominantes es único.

### PROBLEMA 2

Dos sospechosos son arrestados y acusados de un delito. La policía no tiene evidencia suficiente para condenar a los sospechosos, a menos que uno confiese. La policía encierra a los sospechosos en celdas separadas y les explica las consecuencias derivadas de las decisiones que tomen. Si ninguno confiesa, ambos serán condenados por un delito menor y sentenciados a un mes de cárcel. Si ambos confiesan, serán sentenciados a seis meses de cárcel. Finalmente, si uno confiesa y el otro no, el que confiesa será puesto en libertad inmediatamente y el otro sentenciado a nueve meses en prisión, seis por el delito y tres más por obstrucción a la justicia.

- Expresar el juego anterior en forma normal.
- ¿Existe alguna estrategia dominante?

**Respuesta:**

- El problema de los presos puede representarse mediante la siguiente matriz binaria. (Como matriz binaria puede tener un número arbitrario de filas y columnas; binaria se refiere al hecho de que en un juego de dos jugadores, hay dos números en cada casilla, las ganancias de los dos jugadores)



		Preso 2	
		Callarse	Confesar
Preso 1	Callarse	-1,1	-9,0
	Confesar	0,-9	-6,6

La representación en forma normal específica:

- 1) Los jugadores en el juego. En este caso: Preso 1, Preso 2.
- 2) Las estrategias de las que dispone cada jugador. En este caso:  $S_1: \{\text{callarse, confesar}\}$ ,  $S_2: \{\text{callarse, confesar}\}$
- 3) La ganancia de cada jugador en cada combinación posible de estrategias. Describas en la matriz de pagos.

b) En este juego, cada jugador cuenta con dos estrategias posibles: confesar y no confesar. En este caso, si un sospechoso va a confesar, sería mejor para el otro confesar y con ello ir a la cárcel seis meses, en lugar de callarse y pasar nueve meses en prisión. Del mismo modo, si un sospechoso va a callarse, para el otro sería mejor confesar y con ello ser puesto en libertad inmediatamente en lugar de callarse y permanecer en prisión durante un mes. Así, para el preso  $i$ , la estrategia de callarse esta dominada por la de confesar.

### PROBLEMA 3

Considere el juego abstracto

		Jugador 2		
		Izquierda	Centro	Derecha
Jugador 1	Alta	1,0	1,2	0,1
	Baja	0,3	0,1	2,0

Encuentre el resultado del juego a través de eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominantes. ¿Cuáles son las desventajas de esta técnica?.

#### Respuesta:

Para el jugador 1, ni alta ni baja están estrictamente dominadas: alta es mejor que baja si 2 elige izquierda, pero baja es mejor que alta si 2 elige derecha. Sin embargo, para el jugador 2, derecha está estrictamente dominada por centro, por lo que un jugador racional 2 no elegirá derecha. Así, si el jugador 1 sabe que jugador 2 es racional, puede eliminar derecha del espacio de estrategias del jugador 2. Esto es, si el jugador 1 sabe que el jugador 2 es racional, puede comportarse como si se encontrase en el siguiente juego:

		Jugador 2	
		Izquierda	Centro
Jugador 1	Alta	1,0	1,2
	Baja	0,3	0,1

En este caso baja está estrictamente dominada por alta para el jugador 1, así que si el jugador 1 es racional (y el jugador 1 sabe que el jugador 2 es racional, por lo que se aplica el juego anterior) no elegirá baja. Por eso, si el jugador 2 sabe que el jugador 1 es racional, y el jugador 2 sabe que el jugador 1 sabe que el jugador 2 es racional, el jugador 2 puede eliminar baja del espacio de estrategias del jugador 1, quedando el juego:



		Jugador 2	
		Izquierda	Centro
Jugador 1	Alta	1,0	1,2

Pero ahora, izquierda está estrictamente dominada por centro para el jugador 2, quedando (alta, centro) como el resultado del juego.

Una primera desventaja de la eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas es que en cada paso requiere un supuesto adicional sobre lo que los jugadores saben acerca de la racionalidad del otro. Si queremos ser capaces de aplicar el proceso para un número arbitrario de pasos, necesitamos suponer que es información de dominio público que los jugadores son racionales. Esto es que necesitamos suponer no sólo que todos los jugadores son racionales, sino también que todos los jugadores saben que todos los jugadores son racionales y así ad infinitum. La segunda desventaja es que el proceso conduce a menudo a una predicción imprecisa sobre el desarrollo del juego.

#### PROBLEMA 4

Considere el siguiente juego de ubicación geográfica

		Firma 2		
Firma 1		Norte	Centro	Sur
	Norte	-2, 3	2, 4	0, -1
	Centro	-3, 1	-2, 4	0, 0
	Sur	-2, 2	-2, -1	0, 0

- Encuentre todas las estrategias dominantes.
- Encuentre todas las estrategias dominadas.
- Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras.

**Respuesta:**

##### a) Firma 1

- Norte es una estrategia dominante (no en forma estricta)
  - Norte domina débilmente a Centro
  - Norte domina débilmente a Sur.

##### Firma 2

- No posee estrategias dominantes

##### b) Firma 1

- Centro es una estrategia dominada (no en forma estricta)
  - Centro es débilmente dominada por Norte
  - Centro es débilmente dominada por Sur
- Sur es débilmente dominada por Norte

##### Firma 2

- Sur es una estrategia estrictamente dominada por Norte



c) Los equilibrios de Nash son:

$$E1 = (S1^*, S2^*) = (\text{Norte}, \text{Centro})$$

$$E2 = (S1^*, S2^*) = (\text{Sur}, \text{Norte})$$

## PROBLEMA 5

Un monopolio natural es una industria en que las condiciones tecnológicas o de demanda son tales que es eficiente que solo produzca una firma. Una industria se puede transformar en un monopolio natural por una caída violenta de la demanda. Por ejemplo, cuando terminó la guerra fría la demanda por armamentos cayó y varias firmas salieron del mercado. En esta pregunta se le pide examinar que determina cual firma sale del mercado cuando una industria es monopolio natural, pero inicialmente hay más de una empresa en el mercado.

Considere un duopolio que permanecerá por dos años más y que cada firma pierde  $C$  por año. Si una de las firmas saliera del mercado, entonces la restante tendría ingresos iguales a  $\Pi$  por período por lo que quede de los dos años. Cada firma puede elegir cuando salir: ahora ( $t=0$ ), en un año más ( $t=1$ ) o en dos años ( $t=2$ ).

- Escriba el juego en forma normal.
- Encuentre el (o los) equilibrio (s) de Nash en estrategias puras. Si una firma decide salir, ¿en qué momento lo hace en equilibrio?

### Respuesta:

- Jugadores: Firma 1 y Firma 2.  
 Acciones: Salir en  $t=0$ ,  $t=1$ ,  $t=2$

Las utilidades se describen en la siguiente matriz de pagos:

		Firma 2		
		$t=0$	$t=1$	$t=2$
Firma 1	$t=0$	0      0	0 $\Pi$	0 $2\Pi$
	$t=1$	0      0	$\Pi$ $-C$	$-C$ $\Pi-C$
	$t=2$	0      0	$2\Pi$ $\Pi-C$	$-C$ $-2C$

Se considera que el juego comienza al inicio del período 0, por lo que al final del período 0 o al inicio del período 1, una firma puede ganar 0 (si se retira al inicio), perder  $C$  si continua y la firma 2 también continua, o ganar  $\Pi$  si continua y la otra se retira.

- Los Equilibrios de Nash en estrategias puras son:

$$EN1 = (\text{Salir en } t=0, \text{ Salir en } t=2)$$

$$EN2 = (\text{Salir en } t=2, \text{ Salir en } t=0)$$

Esto es, si una firma decide salir lo hace en el primer período o se queda hasta el final ( $t=2$ ).