UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

Solución Clase Auxiliar Extra Examen
Economía Industrial
Miércoles 27 Junio

Profesores: Soledad Arellano, Nicolás Figueroa
Auxiliares: Carlos Ramírez, Ercos Valdivieso, Diego Vega

P1) EPS

James Dean reta a River Phoenix a un juego para demostrar su valor. Si River Phoenix acepta, cada uno se sube a un auto se alejan 500 metros en direcciones opuestas, dan la vuelta y aceleran en una calle estrecha, uno hacia el otro. El primero que se desvía (D) pierde y el que sigue (S) gana. River Phoenix puede no aceptar, en cuyo caso queda como un cobarde. Los pagos son los indicados en la figura 1. Encuentre todos los equilibrios de este juego (10pts por dos equilibrios, 30 por todos).

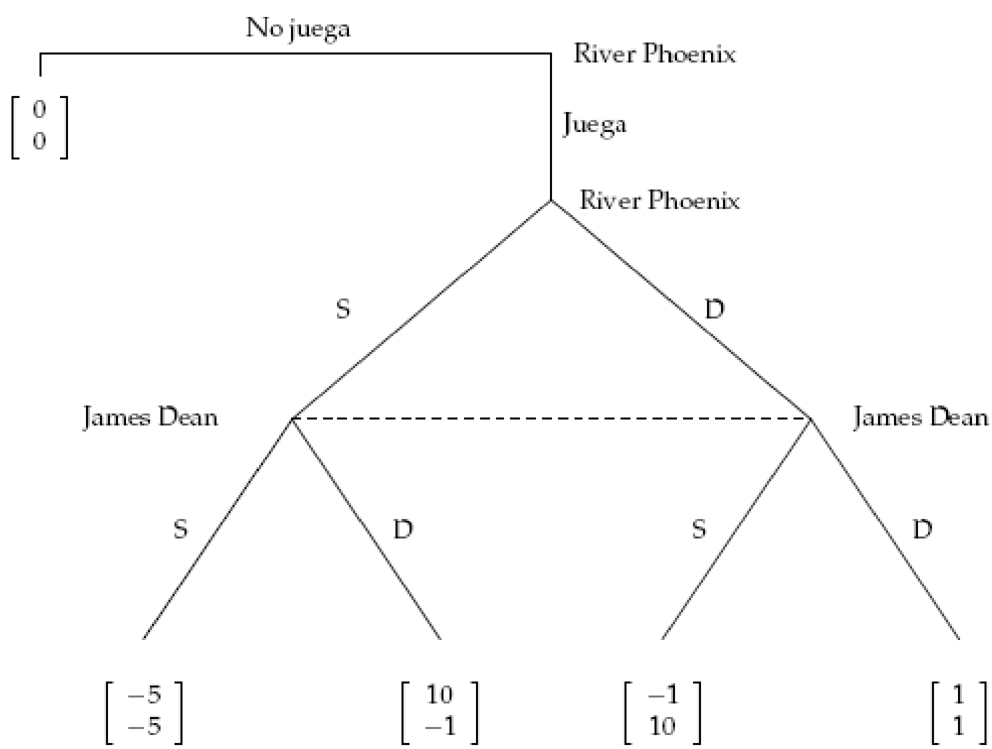

Figura 2: El juego del Rebelde sin Causa

Hay que destacar que este juego tiene dos subjuegos:

- el subjuego que se origina después de que River Phoenix acepta entrar en la competencia

- el juego completo.

Luego, resolveremos primero cada subjuego:

1. Subjuego en que ambos jugadores juegan (es decir, después de que River Phoenix acepta entrar al juego)

- Equilibrio en el caso en que ambos juegan:

		JD: S (q)	JD: D (1-q)
RP	S (p)	-5 -5	-1 10
RP	D (1-p)	10 -1	1 1

Este juego tiene dos Equilibrios de Nash en estrategias puras: (S,D) y (D,S), ya que en ambos casos ningún jugador tiene incentivos para cambiar de opinión. En otras palabras ninguno de los jugadores tiene desviaciones rentables. Recuerde que los EN no están compuestos por los pagos sino por las estrategias, en consecuencia los EN en estrategias puras de este subjuego están dados por (S,D) y (D,S). Los jugadores reciben los pagos (10,-1) en el primero y (-1,10) en el segundo, respectivamente. Para facilitar el desarrollo posterior, le llamaremos EN1 a (S,D) y EN2 a (D,S):

Equilibrio Mixto:

En equilibrio, se debe cumplir que:
$EU_{RP}(\sigma_{JD},S) = EU_{RP}(\sigma_{JD}\,D)$
$EU_{JD}(S, \sigma_{RP}) = EU_{JD}(D, \sigma_{RP})$

Sea p (q) la probabilidad que RP (JD) juegue S. En base a las ecuaciones anteriores, se debe cumplir lo siguiente:

(1) => $-5q + 10(1-q) = -q + (1-q)$

$-5q + 10 - 10q = -2q + 1$

$-15q + 10 = -2q + 1 \Rightarrow 13q = 9 \Rightarrow q = 9/13 \quad y \; (1-q) = 4/13$

(2) => $-5p + 10(1-p) = -p + (1-p)$

$-5p + 10 - 10p = -2p + 1$

$-15p + 10 = -2p + 1 \Rightarrow 13p = 9 \Rightarrow p = 9/13$ y $(1-p) = 4/13$

El equilibrio de Nash en estrategia mixta es (EN3):

$\sigma_{JD} = \{9/13,4/13\}$; $\sigma_{RP} = \{9/13,4/13\}$

Entonces la utilidad esperada en el equilibrio Mixto sería:

$EU_{JD}(\sigma_{JD},\sigma_{RP}) = 9/13*9/13*-5 + 9/13*4/13*10 + 4/13*9/13*-1 + 4/13*4/13*1 = -65/169 = -0.38$

$EU_{RP}(\sigma_{JD},\sigma_{RP}) = 9/13*9/13*-5 + 9/13*4/13*-1 + 4/13*9/13*10 + 4/13*4/13*1 = -65/169 = -0.38$

Una vez encontrados los tres equilibrios del subjuego, procedemos a resolver el primer subjuego (correspondiente al juego completo). Para ello, cada equilibrio se compara con el pago que reciben ambos jugadores si RP decide no aceptar la invitación a jugar (0,0)

- (S,D) = (10,-1) => RP elige jugar.
- (D,S) = (-1,10) => RP elige no jugar.
- Por último, el equilibrio mixto (-0.38 < 0) por lo que RP decide no jugar.

Luego este juego tiene 3 equilibrios perfectos en el subjuego:

EPS1: en el primer nodo RP decide jugar y posteriormente Sigue mientras JD se desvía.

EPS2: En el primer nodo RP decide No jugar, y en el segundo subjuego RP se desvía y JD Sigue. (la trayectoria de equilibrio es simplemente No jugar)

EPS3: en el primer nodo RP decide no jugar. En el segundo subjuego ambos jugadores juegan una estrategia mixta dada por (9/13, 4/13). (La trayectoria de equilibrio es simplemente no jugar)

Problema 2: Competencia monopolística
Considere un modelo de diferenciación de producto en una línea. Las dos firmas tienen una localización fija, cada una en un extremo de la línea. El costo de transporte es lineal en distancia. Los costos de las firmas son diferentes pero no demasiado, la firma 1 tiene un costo c1 y la dos un costo de c2. Al ser los costos parecidos ambas firmas tienen una participación de mercado positiva.

a) Encuentre las funciones de mejor respuesta para ambas firmas y luego el equilibrio de Nash en precios, suponiendo que cada individuo sólo puede comprar una unidad del bien.
b) ¿Alguna de las firmas tiene una participación de mercado más alta? ¿Por qué?
c) Si las firmas pudieran decidir ex ante su nivel de costos, discuta sobre cómo se tomaría esta decisión y que efectos tomarían en cuenta.

a) Lo primero es definir la demanda en este contexto, para ellos se identifica al consumidor indiferente:

$P1+tx=P2+t(1-x)$ (notar que un consumidor sólo puede comprar una unidad del bien)

Demanda:

X=(p2-p1+t)/2t (dado que un individuo sólo puede comprar una unidad del bien)

Luego se maximizan beneficios:
Para la firma 1: (p1-c1)(p2-p1+t)/2t
Para la firma 2: (p2-c2)(p1-p2+t)/2t
Derivando cada función respecto al precio que corresponda y resolviendo:
p1=(p2+t+c1)/2
p2=(p1+t+c2)/2
Resolviendo:

p1=t+(1/3)c2+(2/3)c1
p2=t+(1/3)c1+(2/3)c2
c1<c2 entonces p1<p2

b) La cantidad:

x=1/2 + (c2-c1)/6t
(1-x)=1/2 + (c1-c2)/6t
c1<c2 entonces x>1-x

Por lo tanto las participaciones de mercado son distintas, la de costo bajo tiene mayor participación que la de costo alto, como la diferencia en costos es pequeña, la diferencia en cantidades también es pequeña, la firma de costos mas baja tiene una ventaja y por lo tanto puede cobrar un precio menor y acceder a una mayor participación de mercado. En el extremo, si la diferencia de costos fuera mayor podría abastecer a la totalidad del mercado.

c) Si pueden escoger los costos antes de competir:
Max con respecto a c1 en el caso de la firma 1 y con respecto a c2 en el caso de la firma 2, considerando la forma en que se comportan las firmas al decidir precio luego de haber elegido cantidad.
La firma que tiene costos bajos, si puede escoger, sabiendo que va a tener una ventaja de costos que no puede ser reproducida por la otra empresa, eventualmente puede decidir impedir la entrada, esto se produce si dada la decisión de esta firma, la otra queda con utilidades negativas, sin posibilidad de entrar. Si acomoda la entrada, la firma de costo bajo va a intentar tener los costos más bajos y la de costo alto intentará parecerse lo más posible a la de costo bajo, en el límite ambas tendrían los mismos costos.

P3) Selección adversa e información asimétrica

Suponga que un gerente quiere contratar a un trabajador, sin embargo hay aspectos relacionados al trabajador que el gerente desconoce. Él sabe que los trabajadores son neutros al riesgo, pero el trabajador puede ser de 2 tipos con respecto a la desutilidad: esta puede ser e^2 ó $2e^2$. Es así como los trabajadores del segundo tipo (a quienes llamaremos malos) sufren una mayor desutilidad que los del primer tipo (llamados buenos). Por lo tanto, las funciones de utilidad para los diferentes tipos de trabajadores están dadas por: $U_B(w,e) = w - e^2$ y $U_M(w,e) = w - 2e^2$. La probabilidad de que un trabajador sea de tipo B es q. Ambos trabajadores tienen utilidad de reserva $U_0 = 0$. El gerente, que también es neutral al riesgo, valora el esfuerzo del trabajador a $\pi(e) = ke$, donde k >1 es una constante independiente del tipo de trabajador.

a) Plantee y resuelva el problema del gerente si éste posee información perfecta sobre el tipo de trabajador.

b) Plantee el problema del gerente cuando existe el problema de selección adversa.
c) Resuelva el problema calculando el contrato óptimo y compare el caso de información simétrica y asimétrica.
d) Considere el caso que el gerente quisiera contratar sólo trabajadores de tipo B. Calcule el contrato óptimo para este caso. Compare el resultado obtenido con los obtenidos anteriormente.

Solución:

a) Como existe información perfecta, podemos crear un contrato para cada tipo de trabajador de manera de maximizar la utilidad de la firma.

- Contrato para trabajadores Buenos:

Max $Ke_B - w_B$
s.a. $w_B - e_B^2 \geq 0$

$L = Ke_B - w_B + \lambda(w_B - e_B^2)$

$(\partial L)/(\partial w_B) = -1 + \lambda = 0 \;\Rightarrow\; \lambda = 1 > 0$
$(\partial L)/(\partial e_B) = K - 2\lambda e_B = 0 \;\Rightarrow\; e_B = (K/2)$

Como $\lambda > 0$, $w_B = e_B^2 \;\Rightarrow\; w_B = (K^2)/4$

- Contrato para trabajadores Malos:

Max $Ke_M - w_M$
s.a. $w_M - 2e_M^2 \geq 0$

$L = Ke_M - w_M + \lambda(w_M - 2e_M^2)$

$(\partial L)/(\partial w_M) = -1 + \lambda = 0 \;\Rightarrow\; \lambda = 1 > 0$
$(\partial L)/(\partial e_M) = K - 4e_M = 0 \;\Rightarrow\; e_M = (K/4)$

Como $\lambda > 0$, $w_M = 2e_M^2 \Rightarrow w_M = (K^2)/8$

$$E(\pi) = q\left(\frac{k^2}{2} - \frac{k^2}{4}\right) + (1-q)\left(\frac{k^2}{4} - \frac{k^2}{8}\right) = q\left(\frac{k^2}{4}\right) + (1-q)\left(\frac{k^2}{8}\right) = (1+q)\left(\frac{k^2}{8}\right)$$

b) El problema ahora es:

Max $q[Ke_B - w_B] + (1-q)[Ke_M - w_M]$

s.a. $w_B - e_B^2 \geq 0$ (R1)

$w_M - 2e_M^2 \geq 0$ (R2)

$w_B - e_B^2 \geq w_M - e_M^2$ (R3)

$w_M - 2e_M^2 \geq w_B - 2e_B^2$ (R4)

c) Podemos notar primero que nada que $w_B - e_B^2 \geq w_M - e_M^2 \geq w_M - 2e_M^2 \geq 0$

Luego, restricción R1 se cumple satisfaciendo R2 y R3, por lo tanto puede ser eliminada del problema de maximización.

Además, de R3 y R4 se tiene $e_B^2 - e_M^2 \leq w_B - w_M \leq 2(e_B^2 - e_M^2) \Rightarrow e_B^2 \geq e_M^2 \Rightarrow e_B \geq e_M$

El Lagrangeano del problema es:

$L = q[Ke_B\}-wB]+(1-q)[Ke_M - w_M]+ \lambda(w_M - 2e_M^2)+ \mu(w_B - e_B^2 - w_M + e_M^2) + \delta(w_M - 2e_M^2 - w_B + 2e_B^2)$

$(\partial L)/(\partial w_B) = -q+\mu-\delta=0 \Rightarrow \mu-\delta=q$ (1)

$(\partial L)/(\partial w_M) = -(1-q)+\lambda-\mu+\delta=0 \Rightarrow \lambda-\mu+\delta=(1-q)$ (2)

$(\partial L)/(\partial e_B) = qK-2\mu e_B+4\delta e_B=0 \Rightarrow \mu-2\delta=qK/2e_B$ (3)

$(\partial L)/(\partial e_M) = (1-q)K - 4\lambda e_M + 2\mu e_M - 4\delta e_M = 0 \Rightarrow 2\lambda-\mu+2\delta=\dfrac{(1-q)K}{2e_M}$ (4)

de (1) y (2)

$\mu - \delta = q$
$\lambda - \mu + \delta = 1-q$
$\lambda=1>0$

Por otra parte, $\mu>0$, pues si $\mu=0$ entonces de (2) y/o (3) se tendrá $\mu<0$, lo cual no es posible.

Como $\lambda > 0 \Rightarrow w_M - 2e_M^2=0$ (5)

Como $\mu > 0 \Rightarrow$ $w_B - e_B^2 = w_M - e_M^2$ (6)

Veamos ahora si la restricción (R4) es activa:

$w_M - 2e_M^2 - w_B + 2e_B^2=(w_M - e_M^2 - w_B + e_B^2) - e_M^2 + e_B^2 = -e_M^2 + e_B^2 > 0$

Por lo tanto $\delta=0$ pues la restricción no es activa.

De (5) $w_M = 2e_M^2$.
De (5) y (6) $w_B = (2e_M^2) - e_M^2 + e_B^2 \Rightarrow w_B = e_M^2 + e_B^2$.

De (1) μ=q, de (3) $q = \dfrac{qK}{2e_B}$ => $e_B = \dfrac{K}{2}$

De (4) $2 - q = \dfrac{(1-q)K}{2e_M}$ => $e_M = \dfrac{(1-q)K}{2(2-q)}$

De (5) $w_M = \dfrac{(1-q)^2 K^2}{2(2-q)^2}$

De (6) $w_B = \dfrac{K^2}{4} + \dfrac{(1-q)^2 K^2}{4(2-q)^2}$

$$E(\pi) = q\left[\frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4} - \frac{(1-q)^2 K^2}{4(2-q)^2}\right] + (1-q)\left[\frac{(1-q)K^2}{2(2-q)^2} - \frac{(1-q)^2 K^2}{2(2-q)^2}\right] = \frac{K^2}{4(2-q)} =$$

$$E(\pi)_{(a)} - E(\pi)_{(c)} = \frac{K^2(1+q)}{8} - \frac{K^2}{4(2-q)} = \frac{K^2}{8}\frac{q(1-q)}{4(2-q)} \geq 0 \forall q \in [0,1] \Rightarrow E(\pi)_{(a)} \geq E(\pi)_{(c)}$$

d) El problema es

Max q[Ke - w]

s.a. $w - e^2 \geq 0$ (7)

$w - 2e^2 < 0$ (8)

El lagrangeano será:

$L = q[Ke-w] + \lambda(w-e^2) - \mu(w-2e^2)$

$(\partial L)/(\partial w) = -q + \lambda - \mu = 0$ => $\lambda - \mu = q$ (9)

$(\partial L)/(\partial e) = qK - 2e\lambda + 4\mu e = 0$ => $\lambda - 2\mu = \dfrac{qK}{2e}$ (10)

Si $\lambda = 0$, entonces de (9) y/o (10) $\mu < 0$, lo cual no es posible. Por lo tanto $\lambda > 0$.
Si $\lambda > 0$, entonces (7) es activa; luego $w = e^2$.

Veremos ahora si (8) es activa: $w - 2e^2 = (e^2) - 2e^2 = -e^2 < 0$, por lo tanto (7) no es activa, => $\mu = 0$. Además de (9) $\lambda = q$. De (10):

$$q = \frac{qK}{2e} \Rightarrow e = \frac{K}{2} \Rightarrow w = \frac{K^2}{4}$$

$$\Rightarrow E(\pi) = q\left[\frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4}\right] = q\frac{K^2}{4} \therefore E(\pi)_{(a)} \geq E(\pi)_{(d)}$$

$$E(\pi)_{(c)} - E(\pi)_{(d)} = \frac{K^2}{4(2-q)} - q\frac{K^2}{4} = \frac{K^2}{4}\left[\frac{1-2q+q^2}{2-q}\right] \geq 0 \forall q \in [0,1]$$

Por lo tanto, $E(\pi)_{(c)} \geq E(\pi)_{(d)}$

Nota adjunta:

Comentario respecto al grado de aversión de los agentes en el problema anterior.

En el caso en que un agente sea relativamente más averso al riesgo que otro, uno esperaría que en el óptimo aquel agente menos averso aceptará mayor riesgo. Por ejemplo en el caso que el principal es neutro al riesgo las curvas de indiferencia son rectas, con lo cual debe asumir en el óptimo todo el riesgo dando un seguro completo al agente. Cuando ambas partes son aversas al riesgo, requiere que ambos acepten riesgo. Mientras más averso al riesgo el agente, su salario debería ser menos sensible al resultado, en cambio mientras más averso al riesgo el principal, más variables deberían ser los salarios.