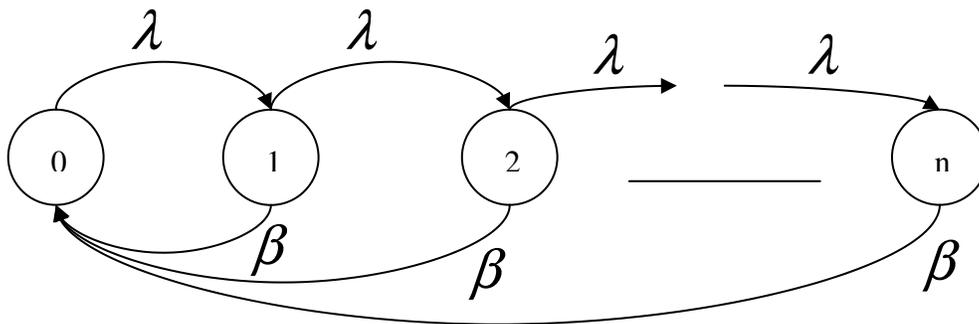


**CTP nº4 : Pauta – Miércoles 30 de Mayo de 2007**

1) En el modelo, los estados representan el número de órdenes agrupadas en la terminal y las transiciones se muestran en el grafo, con las tasas de llegada de órdenes y de despacho de un grupo:



La existencia de probabilidades estacionarias se justifica debido a que la cadena es finita e irreducible.

**Otorgar 0.7 por el grafo completo y 0.3 por la justificación correcta.**

- 2) **1.-**  $\lambda\pi_0 = \sum_{k=1}^n \pi_k * \beta$   
**2.-**  $(\lambda + \beta)\pi_k = \pi_{k-1} * \lambda \quad \forall k \in \{1, \dots, n-1\}$   
**3.-**  $(\beta)\pi_n = \pi_{n-1} * \lambda$   
**4.-**  $1 = \sum_{k=0}^n \pi_k$

Despejando en la ecuación 4:

$$(1 - \pi_0) = \sum_{k=1}^n \pi_k$$

Reemplazando en 1:

$$\pi_0 = \frac{\beta}{\lambda + \beta}$$

**Otorgar 0.6 por las ecuaciones (4) correctamente planteadas y 0.4 por la obtención del valor pedido.**

3) Para esta parte se necesita saber la forma general para las probabilidades estacionarias. Usando la parte anterior (ecuación 2):

$$\pi_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \beta} * \frac{\beta}{\lambda + \beta}$$

Y como se puede observar:

$$\pi_k = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \beta}\right)^k * \frac{\beta}{\lambda + \beta} \quad \forall k \in \{1, \dots, n-1\}$$

$$\pi_n = \left(\frac{\lambda}{\beta}\right) * \pi_{n-1} = \left(\frac{\lambda}{\beta}\right) * \left(\frac{\lambda}{\lambda + \beta}\right)^{n-1} * \frac{\beta}{\lambda + \beta} = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \beta}\right)^n$$

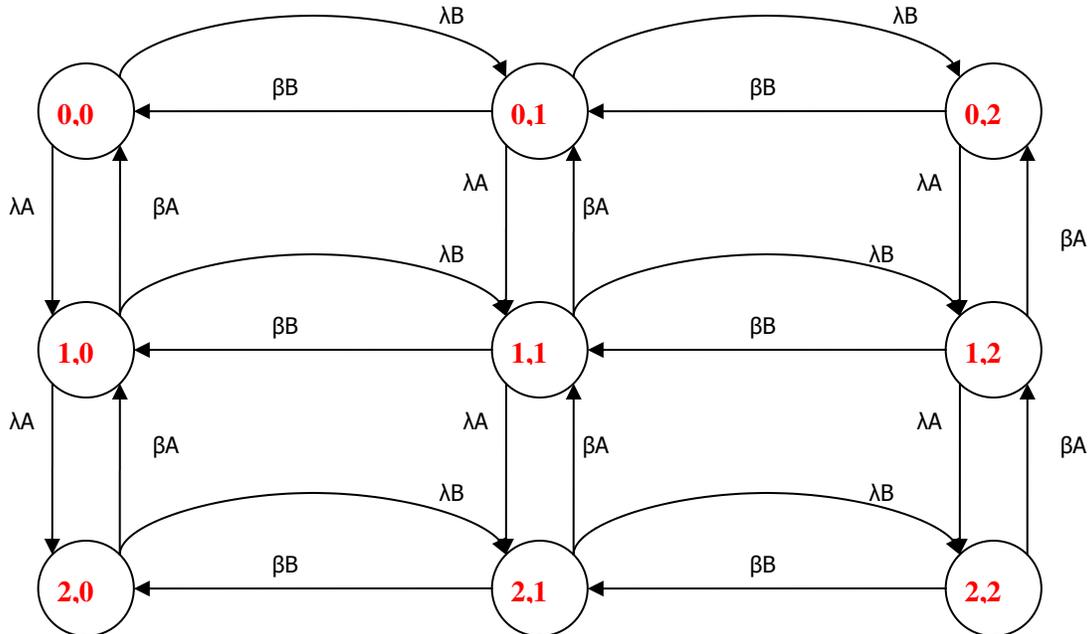
Entonces, la expresión pedida es:

Número esperado de llamadas en la terminal =

$$\sum_{k=0}^{n-1} k * \left(\frac{\lambda}{\beta + \lambda}\right)^k * \left(\frac{\beta}{\lambda + \beta}\right) + n * \left(\frac{\lambda}{\lambda + \beta}\right)^n$$

**Otorgar 1.0 por resultado correcto. No es necesario desarrollar más la sumatoria.**

4) En el nuevo modelo, se deben separar las llamadas que recibe el operador para telefonía fija y las llamadas para el operador que recibe peticiones de televisión por cable. El par es de la forma (nº órdenes para telefonía fija, nº órdenes televisión por cable). El grafo es el siguiente:



En términos generales, se pide plantear:

⇒ Ecuación para el par (1,1) (medio)

$$\pi_{1,1}(\lambda_A + \beta_A + \lambda_B + \beta_B) = \pi_{1,0}(\lambda_B) + \pi_{2,1}(\beta_A) + \pi_{1,2}(\beta_B) + \pi_{0,1}(\lambda_A)$$

⇒ Ecuación para (1,0) (un borde)

$$\pi_{1,0}(\lambda_A + \beta_A + \lambda_B) = \pi_{2,0}(\beta_A) + \pi_{1,1}(\beta_B) + \pi_{0,0}(\lambda_A)$$

⇒ Ecuación para el par (0,2) (esquina)

$$\pi_{0,2}(\lambda_A + \beta_B) = \pi_{0,1}(\lambda_B) + \pi_{1,2}(\beta_A)$$

⇒ Ecuación general de probabilidades:

$$1 = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \pi_{i,j}$$

**Otorgar 0.9 por el grafo completo y 0.6 por las ecuaciones. Si bien todos los nodos tienen ecuaciones diferentes, basta con que planteen 4 ecuaciones.**

**Nota: Poner ojo si generalizaron con fórmulas con subíndices. Si está bien definido, asignar el puntaje, pero se dio la instrucción antes de empezar y durante el CTP que bastaba con tomar 3 nodos y la ecuación que da el sentido de probabilidades. Lo mismo con las tasas de transición, en ninguna línea el enunciado dice que las llamadas compiten en cada terminal, instrucción que se dio durante el CTP. Basta considerar, por ejemplo poniéndose en el caso más fácil, que el individuo hace una cola.**

5) En este caso, se debe multiplicar el valor esperado de las llamadas para un año, por la probabilidad que las llamadas puedan ingresar a la terminal:

$$E(\text{salario anual} / \text{pueden ingresar llamadas}) = 80 * (\lambda_A * 24 * 365) * \left[ \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^2 \pi_{i,j} \right]$$

**Otorgar 0.75 por valor correcto.**

6) En este caso, se necesitan las probabilidades que la central esté bloqueada:

$$E(\text{costo total} / \text{central está bloqueada}) = 100 * (\lambda_A * 24 * 365) * \left[ \sum_{i=0}^2 \pi_{2,i} \right] + 150 * (\lambda_B * 24 * 365) * \left[ \sum_{i=0}^2 \pi_{i,2} \right]$$

**Otorgar 0.75 por valor correcto.**

**Nota: Causó demasiada conmoción (innecesaria) el tiempo de trabajo del individuo, si alguien consideró que trabaja 8 horas diarias y no 24, asignar todo el puntaje. La idea es dejar en claro que se traduce la tasa a número de órdenes.**

Consultas y/o sugerencias:  
Christian Araya M.  
charaya@ing.uchile.cl