

**IN44A: Investigación Operativa**

Prof. : Pablo Rey, Rafael Epstein

Aux. : Christian Araya, Jaime Gacitúa,  
Lorenzo Reus, Rodrigo Wolf

Coord. : Tania Correa

**CTP nº4 : Cadenas de Markov en tiempo continuo – Miércoles 30 de Mayo de 2007**

Un estudiante es contratado para trabajar en un call center de una prestigiosa empresa de servicios de telefonía y televisión por cable. Su labor consiste en recibir las órdenes telefónicas de los clientes que desean solicitar un determinado *pack de servicios* de la compañía, para luego transferirlas al departamento de ventas. Las órdenes llegan a su terminal según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda$  [órdenes/hora], siempre en forma unitaria. A medida que se juntan las órdenes, el estudiante debe transferirlas agrupadas al departamento de ventas, tardando en el despacho un tiempo exponencial de media  $\frac{1}{\beta}$  [horas] por cada lote, independientemente del número de órdenes que haya reunido. No obstante, sabe que puede acumular como máximo  $n$  órdenes en su terminal, estado a partir del cual no ingresan más llamados hasta que su terminal se encuentre vacía nuevamente.

- 1) Modele el sistema propuesto según una cadena de Markov en tiempo continuo, indicando claramente los estados y transiciones. Justifique la existencia de probabilidades estacionarias en su modelo. (1 pto).
- 2) Plantee las ecuaciones que le permitan calcular dichas probabilidades y calcule la fracción del tiempo en que la terminal del estudiante se encontrará sin llamadas. (1 pto).
- 3) Entregue una expresión para calcular el número esperado de órdenes en la terminal, en función de los parámetros del problema. (1 pto).

Considere ahora que la firma ha decidido *separar la contratación de servicios*, en telefonía y televisión por cable. Para esto, el estudiante sólo recibirá órdenes para contratos de servicios de telefonía fija, mientras que su compañero de terminal acogerá las solicitudes para ventas de televisión por cable. Las órdenes llegan según procesos independientes de Poisson de tasa  $\lambda_A$  y  $\lambda_B$  [órdenes/hora] respectivamente, sin embargo, se transfieren al departamento de ventas **una a una**, en procesos de Poisson independientes, con tasas  $\beta_A$  y  $\beta_B$  [órdenes/hora]. En este nuevo escenario, el estudiante y su compañero sólo pueden recibir como máximo hasta 2 órdenes cada uno, momento a partir del cual la terminal se bloquea momentáneamente para el tipo de orden que ha alcanzado el máximo (hasta que exista capacidad para nueva entrada de llamadas a la terminal).

Para la empresa además es perjudicial que la terminal se encuentre bloqueada, puesto que los clientes que intentan poner una orden mientras la terminal no acepta llamados, no volverán a intentar, representando una oportunidad de negocio perdida.

- 4) Modele el sistema en este nuevo escenario según una cadena de Markov de tiempo continuo, indicando sus estados y transiciones. Plantee las ecuaciones (intente

generalizar) que le permitan conocer las probabilidades estacionarias (no las calcule). (1.5 pto).

- 5) Si al estudiante (que recibe órdenes por telefonía fija) se le pagan 80 [UM] por llamada entrante, entregue el valor de su salario estimado en 1 año. Asuma conocidas las probabilidades estacionarias. (0.75 pto).
- 6) Si por cada orden de telefonía fija que no puede ingresar a la terminal se estima una pérdida de 100 [UM], mientras que por una de televisión por cable se pierden 150 [UM], ¿a cuánto asciende la pérdida total esperada en 1 año?. (0.75 pto).