



## Auxiliar 14: Cadenas de Markov Con Beneficio y Cadenas de Markov en Tiempo Continuo

Miércoles 16 de Mayo de 2007

### Pregunta 1 (CTP 4 Primavera 2006)

Aerolíneas Beauchef, al igual que el resto de las líneas aéreas del mercado premia con millas de vuelo a sus pasajeros. En el caso de esta empresa la cantidad de millas que acumula un usuario dependen de la jerarquía que este posea, la aerolínea evalúa cada tres meses en que nivel se encuentran sus distintos pasajeros. Un pasajero puede estar catalogado, de menor a mayor relevancia, como cliente **poco frecuente**, cliente **normal**, cliente **frecuente**, cliente **vip silver** y cliente **vip gold**. Los pasajeros siempre parten en la categoría poco frecuente, también se sabe que una vez que un pasajero alcanza el estatus vip nunca bajará de esta categoria. Por su parte un usuario va avanzando o retrocediendo en su estatus paso a paso, por ejemplo no es posible pasar de frecuente a poco frecuente, o de normal a vip silver. A su vez las probabilidades de evolucionar desde un estado inferior al superior respectivo son: 0,5 de poco frecuente a normal, 0,6 de normal a frecuente, 0,2 de frecuente a vip silver y 0,5 de vip silver a vip gold. Mientras que las probabilidades de permanecer en un estado son 0,5; 0,2; 0,3; 0,5 y 0,3 para poco frecuente, normal, frecuente, vip silver y vip gold respectivamente.

Es importante señalar que las millas ganadas por estar en la categoria poco frecuente son 3.000, por pertenecer a normal 5000, para los frecuentes son 10.000, a su vez los vip silver ganan 25000 y los vip gold 35000. Además cuando un pasajero es ascendido de categoría recibe siempre una bonificación de 3000 millas. Por último, no existen beneficios residuales.

Ante tal situación los ejecutivos de la aerolínea desean que usted de respuesta a los siguientes puntos:

1. Modele la situación recién descrita como una cadena de Markov. Argumente por qué existen probabilidades estacionarias y calcúlelas (use tres decimales de ser necesario).
2. Calcule el valor esperado de una transición de un pasajero en el largo plazo (g).  
Ahora se elimina el estatus cliente poco frecuente y todos parten desde cliente normal, pasando a ser la probabilidad de mantenerse como cliente normal 0,4 y el resto de las probabilidades no sufre variación. Además ahora por ser cliente normal se acumularán sólo 4000 millas, las de los frecuentes se mantendrán, vip silver ganará 27000 y vip gold 32000. La bonificación por ascender se mantiene.
3. Calcule el valor esperado de una transición de un pasajero en el largo plazo (g).
4. Desde el punto de vista de las transiciones de los clientes en el largo plazo ¿Qué situación le conviene más a la empresa, la descrita al comienzo o la señalada en este punto, si los clientes se encuentran indiferentes entre ambas alternativas?
5. El sistema de información de la empresa se ha caído y un cliente que nunca ha usado sus millas desea saber cuantas acumul antes de pertenecer al grupo vip. Ante la falla tecnológica los ejecutivos le piden a usted que de respuesta a esa pregunta (los ejecutivos se conforman con que de el valor esperado de las millas del cliente, la situación del sistema de millas es la descrita al comienzo del enunciado).

## Problema 2 (CTP 5 primavera 2003)

Un Servicio Público es atendido por un único empleado. La llegada de clientes al local sigue un proceso de poisson de tasa  $\alpha$  [personas/hora]. Por su parte, el tiempo que tarda el empleado en cada atención sigue una exponencial de media  $\frac{1}{\beta}$  [horas].

El local cuenta con una sala de espera con capacidad para 2 personas, además de la que se está atendiendo, y la política de atención es por orden de llegada.

Los clientes que llegan y encuentran el local lleno, se retiran indignados. Cada cliente que se va del local sin ser atendido representa un costo de imagen para el Servicio en cuestión de  $K$ [u.m]

1. (3.0 pts) Modele el estado de ocupación del local como una Cadena de Markov en tiempo continuo.  
Considere ahora que el sistema ya ha alcanzado su estado estacionario y asuma conocidas las probabilidades estacionarias.
2. (1.5 pts) Un cliente que logra entrar al sistema, ¿cuánto tiempo debe esperar en promedio hasta COMENZAR a ser atendido por el empleado?
3. (1.5 pts) En el largo plazo, ¿cuál es el costo esperado por hora, producto de clientes que se retiran sin ser atendidos?