



Auxiliar 13: Cadenas de Markov Con Beneficio

Martes 15 de Mayo de 2007

Problema 1

El asaltante de bancos internacional Brian Boitano, alias Ultraman, ha concentrado sus atracos en tres países: A, B y C. Ultraman asalta solo una vez por año y elige su próximo destino con igual probabilidad, sin repetirlo.

El departamento de policía de estos 3 países se han propuesto detener a Ultraman en el momento que intente ingresar o salir del país, pues una vez dentro del territorio la búsqueda es muy difícil. La siguiente tabla muestra la probabilidad que la policía de estos 3 países detenga al asaltante cuando este intente atravesar la frontera.

| País | Probabilidad |
|------|--------------|
| A | 0,1 |
| B | 0,2 |
| C | 0,4 |

En promedio, un robo en un banco del país A le reporta un botín de 1000, un robo en B un botín de 3000 y uno en C un botín de 7000. El costo de transporte de un país a otro para Boitano se presenta en la siguiente tabla:

| | A | B | C |
|---|------|------|------|
| A | 0 | 500 | 1000 |
| B | 500 | 0 | 2000 |
| C | 1000 | 2000 | 0 |

En base a lo anterior y suponiendo que si la policía atrapa a Boitano, este permanecerá eternamente en la cárcel, responda:

1. Construya un modelo que permita determinar en términos esperados el botín acumulado por Boitano en los próximos n años si acaba de ingresar en A sin ser descubierto. Determine el monto acumulado en los próximos 3 años.
2. Si Ultraman acaba de Ingresar en B sin ser descubierto, ¿en cuantos años esperaría usted que lo atrapen?

Problema 2

Un prestigioso técnico nacional, más conocido como El Ingeniero, le ha pedido su asesoría para estimar cuántos puntos obtendrá en el presente Torneo de Apertura del Fútbol argentino.

Supondremos que los resultados de cada partido que juega su equipo se pueden modelar como una cadena de Markov, es decir, el resultado del próximo partido depende del último resultado obtenido. A partir de datos históricos se ha estimado la siguiente matriz de transición:

$$P = \begin{array}{c|ccc} & g & e & p \\ \hline g & 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ e & 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ p & 0,3 & 0,4 & 0,3 \end{array}$$

Se sabe que por cada partido ganado se obtienen tres puntos, si se empata obtiene un punto y si pierde no obtiene puntos. Se han jugado 2 partidos hasta ahora y lleva sólo un punto. Además el último resultado obtenido fue un empate y según el técnico estos resultados no afectarán el rendimiento futuro de sus dirigidos.

1. Construya un modelo de Markov con Beneficios que le permita estimar el valor esperado de los puntos que obtendrá el equipo del Ingeniero en el campeonato de Apertura, si el primer partido de los que le resta por jugar se gana. Suponga que restan 16 partidos y recuerde que ya tiene un punto.

$$P^{16} = \begin{array}{c|ccc} & 0,42 & 0,36 & 0,22 \\ \hline & 0,42 & 0,36 & 0,22 \\ & 0,42 & 0,36 & 0,22 \end{array}$$

2. Suponiendo que el último partido jugado (el cual fue empatado) si afectará el rendimiento futuro del equipo, de la manera descrita por matriz P , ¿cuál es el valor esperado de los puntos que obtendrá en el Torneo?.

Independiente de las partes anteriores, suponga ahora que la carrera del técnico chileno también puede ser modelada como una Cadena de Markov. Actualmente El Ingeniero es conocido sólo a nivel Latinoamericano, sin embargo cada temporada existe una probabilidad $q=0.2$, de que sea tentado por un equipo de la Liga Italiana, con lo que pasaría a ser conocido a nivel Europeo. Una vez en la Liga Italiana con probabilidad $r=0.3$ el D.T no saldrá campeón con su equipo por lo que seguirá siendo conocido sólo a Nivel Europeo, pero con probabilidad $1 - r$ será Campeón de Liga pasando a formar parte de la elite de técnicos famosos mundialmente, nivel del que nunca dejará de pertenecer.

1. Calcule el número esperado de temporadas que tardará el entrenador chileno en alcanzar la fama a nivel Mundial.