



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: Pablo Rey, Rafael Epstein
Aux : Christian Araya, Jaime Gacitúa, Lorenzo Reus, Rodrigo Wolf.

Clase Auxiliar 20 de Abril, 2007

Considere una posta de atención de urgencias médicas donde llegan dos tipos de pacientes: los graves (que deben ser atendidos de inmediato) y los leves (que pueden esperar para ser atendidos). Se sabe que cada uno de estos grupos de pacientes llegan de acuerdo a un proceso de Poisson con tasas 2 y 4 pacientes por hora respectivamente. Además, todos los pacientes graves deben permanecer en observación hasta el día siguiente, momento en el cual son dados de alta o son trasladados a un hospital.

Considere que a las 7:00 a.m. los pacientes graves son evaluados para decidir si son dados de alta o trasladados. Por ello, a las 7:00 todas las camas se desocupan. Los pacientes ingresan las 24 horas al servicio.

Los pacientes leves NO ocupan camas.

1. La posta desea determinar el número de camas que debe tener para los pacientes graves, de modo que con probabilidad de por lo menos 0.95 puedan ser atendidos todos los pacientes graves que ingresen y no deban ser derivados a otra posta. Entregue una expresión para determinar este número de camas.
2. Se sabe que sólo un paciente grave ingresó entre las 7:00 y 8:00. Ese día el médico llegó cinco minutos atrasado (es decir a las 7:05, ya que su turno comenzaba a las 7:00). ¿Cuál es la probabilidad que dicho paciente haya muerto debido a que no estaba presente el médico? (suponga que un paciente grave muere si no es atendido de inmediato).
3. Dado que llegaron 10 pacientes, ¿Cuál es la probabilidad de que los primeros cinco hayan sido graves y los siguientes cinco leves?.
4. Para el ingreso de pacientes leves y graves debe llenarse un formulario y entregarse en una ventanilla de atención al paciente. Si la persona que atiende la ventanilla debe ausentarse por unos minutos para ir al baño. ¿Cuánto es el máximo de tiempo que puede hacerlo de modo que la probabilidad de que llegue un paciente durante su ausencia sea menor que 5 %?.

Un conductor se acerca en su automóvil a una intersección por una vía secundaria, y enfrenta un disco "Pare". No hay ningún vehículo antes que él esperando pasar (por su misma vía). Por la vía principal (la que tiene prioridad) el paso de vehículos a través de la intersección se puede modelar como un proceso Poisson de tasa λ [vehículos/segundo].

El conductor que llega por la vía secundaria detendrá su vehículo al llegar a la intersección, y observará cuánto tiempo falta para que el próximo vehículo atraviese la intersección por la vía principal. Si ese tiempo es igual o mayor que τ segundos él considerará que es seguro pasar, y atravesará la intersección. Por el contrario, si faltan menos de τ segundos para que pase el próximo vehículo por la vía principal, él pensará que es imprudente pasar, y esperará detenido a que ese vehículo pase, y seguirá esperando hasta que se produzca una "brecha" igual o mayor a τ segundos. Suponga que en la esquina hay buena visibilidad, de manera que el conductor siempre puede determinar con exactitud cuánto falta para que pase el próximo vehículo.

El objetivo de este problema es encontrar la distribución del tiempo que este conductor deberá estar detenido en la intersección antes de poder pasar, tiempo que denotaremos W .

1. Calcule la probabilidad de pasar de inmediato (i.e. $\Pr[W = 0]$).

2. Suponga que nuestro conductor no pudo pasar de inmediato, pues al llegar a la intersección vio que venía un auto por la vía principal el cual iba a atravesar la intersección en menos de τ segundos. Llamemos X al tiempo que transcurre hasta que dicho auto (el que viene por la vía principal) atraviesa la intersección. Argumente que, con la información dada, la función de densidad de X viene dada por $f_X(x) = C\lambda \exp(-\lambda x) \forall x \in [0, \tau]$ y $f_X(x) = 0 \forall x \notin [0, \tau]$. Calcule el valor de la constante C y el valor esperado de X .
3. El auto que venía por la vía principal acaba de atravesar la intersección. Llame W_2 al tiempo que transcurrirá *a partir de este instante* hasta que nuestro conductor logre pasar. Compare la distribución de W_2 con la distribución (a priori) de W .
4. Calcule $E[W]$.
Hint: Calcule la esperanza condicional en el evento que nuestro conductor haya podido pasar de inmediato o se haya visto obligado a esperar. Use sus resultados de las partes (a), (b) y (c).
5. Argumente que W se puede expresar como $W = \sum_{i=1}^N X_i$ donde N es una variable aleatoria y $\{X_i\}_{i \geq 1}$ son variables aleatorias iid que además son independientes de N . Especifique la distribución de N y de X_i .