



Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa  
Profs: Pablo Rey, Rafael Epstein  
Aux : Christian Araya, Jaime Gacitúa, Lorenzo Reus, Rodrigo Wolf.

Clase Auxiliar 3 de Abril, 2007

## Problema 1

1. (\*) El gerente de operaciones de una fábrica desea programar la operación de un proceso para los siguientes  $T$  períodos. Para realizar este proceso se necesita una máquina cuyo costo de operación depende de su antigüedad y es igual a  $C_n$  por año, con  $n$  representando la edad de la máquina ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

Cada año se tiene la opción de reemplazar este equipo por otro, nuevo o usado, el costo de adquisición de un equipo con  $n$  años de uso es de  $I_n$ . Por otra parte el gerente puede vender un equipo con  $n$  años de uso a un precio de venta  $V_n$ .

Actualmente la gerencia NO dispone de la máquina, por lo que necesariamente tendrá que comprarla, además todos los años debe tener el proceso funcionando.

1. Plantee el problema de operación y reemplazo de equipo como un problema de programación dinámica determinística, con el fin de minimizar el costo total.

Considere ahora que el equipo tiene una probabilidad de fallar al final de un cada uno de los períodos. Esta probabilidad depende exclusivamente de la edad de la máquina y es igual a  $q_n$ . En este caso necesariamente deberemos reemplazar el equipo por uno nuevo, pagando un sobreprecio de un 50 %, al inicio del período siguiente. Un equipo que falla pierde su valor económico (nadie lo compra).

1. Plantee este problema de operación y reemplazo de equipo como un problema de programación dinámica estocástica, con el fin de minimizar el costo total esperado.

## Problema 2 (Problema propuesto de la clase anterior)

Considere una tienda que cada mes debe decidir cuanto ordenar de un determinado producto. El costo de cada unidad de producto es  $\$c$  y existe un costo fijo de poner una orden igual a  $\$K$ . Se sabe que en general, el tiempo en que se demora en llegar una orden es de 1 mes (lo que se ordena 1 mes estará disponible para el mes siguiente), pero existe una probabilidad  $p$  que la orden se atrase y demore 2 meses en llegar. Una orden nunca demora más de 2 meses en llegar.

Actualmente la tienda tiene  $N$  clientes, cada uno de los cuales demandará una unidad de producto en un mes con una probabilidad  $q$ . El precio de venta es  $\$P$  ( $P > c$ ). Además, si llega un cliente y no hay unidades en stock se incurre en un costo  $\$i$  por cada uno de ellos.

Por otra parte, la bodega en que se almacena el producto es de capacidad limitada y sólo permite guardar  $L$  unidades, con  $L \geq N$  (todas las unidades por sobre esta capacidad que intente almacenar serán dañadas perdiendo completamente su valor).

El dueño de la tienda actualmente cuenta con  $S$  unidades en la bodega y está interesado en contar con un sistema que le permita, mes a mes, decidir cuánto producto ordenar con el fin de maximizar sus utilidades

para los próximos  $T$  períodos, fecha en que cerrará su negocio y las unidades de producto que sobren no tendrán valor comercial.

1. Formule el modelo de programación dinámica que permitiría apoyar las decisiones del dueño de la tienda. Escriba explícitamente las expresiones de los valores esperados que puedan aparecer en este modelo.
2. Explique esquemáticamente como incluiría en su modelo la siguiente situación: El dueño de la tienda sabe que si un cliente en 2 meses seguidos no encuentra el producto en stock se retirará indignado y nunca más volverá a la tienda lo que implica un costo  $I$ , con  $I \gg i$ .
3. Si actualmente no hay pedidos atrasados encuentre la política óptima para el dueño de la tienda para los siguientes valores numéricos:

$$\begin{array}{ccccccc} c = 5 & K = 10 & p = 0,2 & L = 2 \\ N = 2 & q = 0,5 & P = 15 & i = 0 \\ & T = 3 & S = 1 & \end{array}$$