

Problema 1

- De la figura 1 se ve que el precio máximo es $v = 35$.

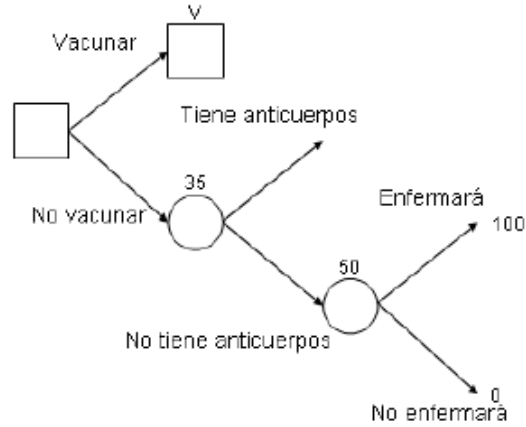


Figura 1: Arbol problema 1.1

- Sean:
 A = Persona con anticuerpos.
 S = Persona sin anticuerpos.
 TA = Test dice persona tiene anticuerpos.
 TS = Test dice persona no tiene anticuerpos.

Entonces lo que se nos entrega en el enunciado es:

$$\begin{array}{ll} P[A] &= 0,3 & P[S] &= 0,7 \\ P[TS|A] &= 0,1 & P[TA|A] &= 0,9 \\ P[TS|S] &= 1 - p & P[TA|S] &= p \end{array}$$

Entonces, utilizando probabilidades totales se puede ver que:

$$P[TA] = P[TA|A] \cdot P[A] + P[TA|S] \cdot P[S] = 0,7p + 0,27 = 1 - P[TS]$$

Por otro lado tendremos que:

$$P[S|TS] = \frac{P[TS|S] \cdot P[S]}{P[TS]} = \frac{0,7 - 0,7p}{0,73 - 0,7p} = 1 - P[A|TS]$$

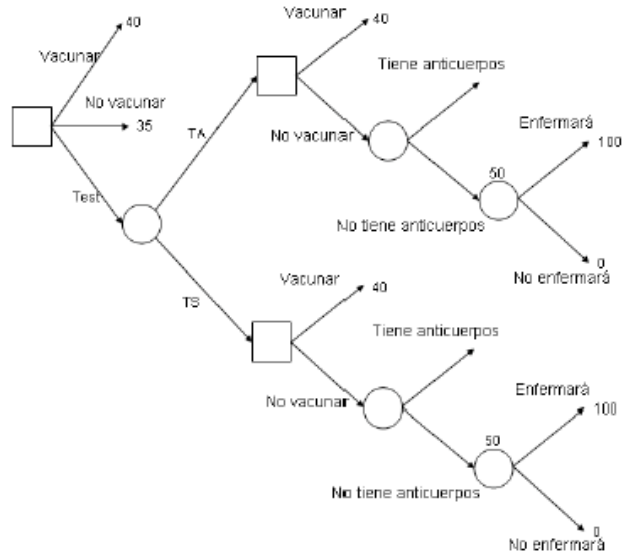


Figura 2: Arbol problema 1.2

$$P[S|TA] = \frac{P[TA|S] \cdot P[S]}{P[TS]} = \frac{0,27}{0,27 + 0,7p} = 1 - P[A|TA]$$

El árbol resultante se muestra en la figura 2.

Donde:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{35p}{0,27 + 0,7p} < 40 \Rightarrow p < \frac{10,8}{7} \\ \beta &= \frac{35 - 35p}{0,73 - 0,7p} > 40 \Rightarrow p < 0,829 \\ \delta &= 35p + (0,73 - 0,7p) \cdot 40 \end{aligned}$$

3. Propuesto

Problema 2

1. Lo primero es notar que los puntos no tienen nada que ver en la probabilidad de ganar la copa.

Las decisiones que el técnico del equipo A puede tomar antes de empezar un partido es la manera en que va a jugar, y debe considerar que, a priori, las formas que el equipo A salga campeón son:

- Gane el primero y empate o gane el segundo
- Gane el primero, pierda el segundo y gane el definitivo
- Pierda el primero, gane el segundo y gane el definitivo
- Empate el primero y gane el segundo

El árbol de decisión asociado se muestra en la figura 5

Notación:

- D = Jugar el partido defensivamente, O = Jugar el partido ofensivamente
- G = Ganar 1 partido, E = Empatar 1 partido, P = Perder 1 partido

Notar que si después de los 2 primeros partidos están empatados, al equipo 1 no le conviene elegir la estrategia defensiva, puesto que por esa vía no puede ganar la copa y con probabilidad < 1 sólo estará igual después de finalizar el encuentro (o empata o pierde). De esta manera lo que en un principio parecía un árbol infinito no le es.

De esta manera vemos que la estrategia óptima es salir jugando a la ofensiva, después si el equipo A gana, basta el empate para ganar la copa. Por otra parte, si pierde, sólo le sirve un triunfo para poder ganar la copa.

Si parte jugando a la defensiva, lo mejor que puede pasar es que empate y luego necesita un triunfo, y con esta estrategia tiene una menor probabilidad de ganar.

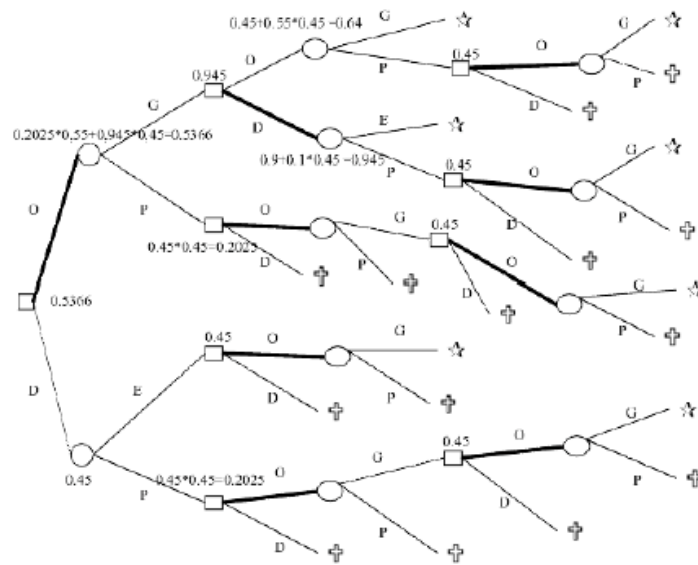


Figura 5: Arbol problema 3

2. Curiosamente, el equipo con mayor probabilidad de ganar es el A, a pesar de ser peor que B (lo cual puede observarse en que la probabilidad de ganar 1 partido es menor para el equipo A con ambas estrategias). Esto se debe a que el equipo A tiene la opción de elegir cómo jugar después de conocer el resultado de cada partido. Poder adecuar su estrategia es lo que le da la ventaja.